

Energy Harvesting from Smart Nanocomposite Microbeam Using Piezoelectric Materials

Mohammad Sharif Zarei

Department of Mechanical Engineering, University of Ayatollah Boroujerdi
mshzareei@abru.ac.ir

Keywords:

energy harvesting
carbon nanotubes
sinusoidal theory
microbeam
stress coupling theory

Abstract: This paper deals with the energy harvesting of microbeam reinforced with functionally graded carbon nanotubes. The microbeam is intended to place a harmonic position. The effects of size are assumed using strain gradient theory. The effective modulus of the nanocomposite beam is obtained using the principle of porosity. Based on the theory of sine theory, the final relations of motion are calculated. Using the differential square solution and Newmark methods, the energy harvesting and dynamic instability region of the microbeam is calculated. The effects of boundary conditions, volume fraction and distribution of carbon nanotubes, size, temperature and length-to-thickness ratio of microbeam on the dynamic instability curve are shown. Numerical results show that the dynamic instability region occurred at higher resonant frequencies and with increasing volume fraction of carbon nanotubes. In addition, the resonant frequency is higher for functionally graded carbon nanotubes with X-shaped distribution compared to the uniform state. In addition, the electric power produced increases with the increase in the thickness of the piezoelectric layer.

Original Research Article

Paper History:

Received: 26/1/2023

Accepted: 30/5/2023

How to cite this article: Sharif Zarei, M., "Energy Harvesting from Smart Nanocomposite Microbeam Using Piezoelectric Materials", Energy Engineering and Management, Vol. 13, No. 2, PP. 128-139, 2023.
<https://doi.org/10.22052/jeeem.2023.252477.0>

© 2023 University of Kashan Press.

This is an open access article under the CC BY license (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>)



Introduction

This paper deals with the energy harvesting of microbeam, reinforced with functionally graded carbon nanotubes. The microbeam is intended to place a harmonic position. The effects of size are assumed using strain gradient theory. The effective modulus of the nanocomposite beam is obtained using the principle of porosity. Based on the theory of sine theory, the final relations of motion are calculated. Using the differential square solution and Newmark methods, the energy harvesting and dynamic instability region of the microbeam is calculated. The effects of

boundary conditions, volume fraction and distribution of carbon nanotubes, size, temperature and length-to-thickness ratio of microbeam on the dynamic instability curve are shown. Numerical results showed that the dynamic instability region occurred at higher resonant frequencies and with increasing volume fraction of carbon nanotubes. In addition, the resonant frequency was higher for functionally graded carbon nanotubes with X-shaped distribution compared to the uniform state. In addition, the electric power produced increases with an increase in the thickness of the

piezoelectric layer.

Materials and Methods

By applying Hamilton's principle, the final motion equations were obtained. Also, by using Newmark and differential square solution methods, the generated electric power and dynamic instability area for nanocomposite beam were presented. At the end, the effects of boundary conditions, volume fraction and distribution of carbon nanotubes, size, temperature and ratio of length to thickness of microbeam on electric power and dynamic instability region were shown.

Results

The results indicated that the simple boundary condition on both sides had more electric power than other boundary conditions. The results showed that with an increase in volume percentage of carbon nanotube, the electric power decreased. It was observed that with an increase in the thickness of the piezoelectric layer, the electric power increased. The dynamic

instability region had occurred with an increase in the volume fraction of carbon nanotubes at higher frequencies.

Discussion and Conclusion

In this article, energy production and dynamic analysis of microbeam reinforced with targeted carbon nanotubes, based on strain gradient theory, are discussed. In order to derive the effective Young's modulus on the microbeam, the law of mixing has been used. By using the energy strategy, the final equations of motion have been obtained. The methods of solving square differences and Newmark have also been used to calculate the electric power and the dynamic instability region. The effects of boundary conditions, volume fraction and distribution of carbon nanotubes, size, temperature, and length-to-thickness ratio of nanocomposite microbeam on energy production and dynamic instability region have been shown.

تولید انرژی از میکروتیرهای نانوکامپوزیتی هوشمند به کمک مواد پیزوالکتریک

محمد شریف زارعی

استادیار دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه آیت الله بروجردی، بروجرد، ایران

mshzareei@abru.ac.ir

واژه‌های کلیدی:

تولید انرژی
نانولوله‌های کربنی هدفمند
تیر سینوسی
میکروتیر
نظریه گرادیان کرنش

مقاله علمی پژوهشی

تاریخ دریافت: ۱۴۰۱/۱۱/۰۶

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۲/۰۳/۰۸

چکیده: این مقاله به مبحث تولید انرژی در تیر تقویت شده با نانولوله‌های کربنی هدفمند می‌پردازد. تیر مورد نظر تحت بارگذاری هارمونیک محوری قرار دارد و با یک لایه پیزوالکتریک پوشش داده شده است. تأثیرات اندازه با استفاده از نظریه گرادیان کرنش فرض می‌شود. مدول مؤثر یانگ تیر نانوکامپوزیتی با استفاده از قانون اختلاط به دست می‌آید. براساس نظریه تئوری سینوسی، روابط نهایی حرکت محاسبه می‌شود. با به‌کارگیری روش‌های تفاضلات مربعی و نیومارک، توان تولیدی و ناحیه ناپایداری دینامیکی میکروتیر محاسبه شده است. تأثیرات شرایط مرزی، کسر حجمی و توزیع نانولوله‌های کربنی، اندازه، دما و نسبت طول به ضخامت میکروتیر بر توان تولیدی و منحنی ناحیه ناپایداری دینامیکی نشان داده شده‌اند. دستاوردهای عددی نشان می‌دهد ناحیه ناپایداری دینامیکی در بسامدهای تشدید بالاتر و با افزایش کسر حجمی نانولوله‌های کربنی رخ داده است. علاوه بر این، توان الکتریکی تولیدشده با افزایش ضخامت لایه پیزوالکتریک بیشتر می‌شود.

۱. مقدمه

نانولوله‌های کربنی دارای سفتی و استحکام کششی بالایی هستند و می‌توان از آن‌ها برای تقویت سازه‌ها استفاده کرد. به عبارت دیگر، مسئله پایداری دینامیکی برای طراحی بهینه سازه بسیار اهمیت دارد. بنابراین، در این مقاله به بحث پایداری دینامیکی تیر نانوکامپوزیتی در مقیاس میکرو پرداخته می‌شود. تقاضای فزاینده برای انرژی در بخش‌های مختلف، محققان را برانگیخته است تا به دنبال اشکال جایگزین تولید انرژی در مقیاس بزرگ و کوچک باشند. دستگاه‌های مختلف با پیشرفت فناوری نانو به مینیاتوری تبدیل شده‌اند. با این حال، این کاهش اندازه به دلیل باتری‌های بزرگ محدود است. بنابراین، یافتن راهی برای جایگزینی باتری‌های معمولی حجیم به منظور تسهیل توسعه دستگاه‌های مکانیکی میکروالکترونیک ضروری است. ارتعاشات محیطی یک منبع بالقوه انرژی برای کاربردهایی هستند که در آن، توان پیوسته با عمر طولانی مورد نظر است. از انرژی ارتعاشی محیط می‌توان برای تأمین انرژی دستگاه‌ها استفاده کرد. در این خصوص، توجه ما بر برداشت انرژی ارتعاشی متمرکز شده است. در مورد کاربرد سازه حاضر، می‌توان از انرژی تولیدشده در سازه‌های سیستم میکروالکترومکانیکی^۱ استفاده کرد. به عبارت دیگر با اعمال نیروهای مکانیکی به سازه و اعمال فشار به لایه پیزوالکتریک، فشار اعمالی به ولتاژ تبدیل می‌شود.

در ارتباط با پاسخ مکانیکی تیرها، ویرجین و همکاران [۱] اثر بارگذاری‌های مختلف بر ارتعاش اجباری تیرها بررسی کردند. اورهام [۲] پاسخ‌های ارتعاش آزاد و اجباری یک تیر یک‌سر گیردار ترک‌خورده را بررسی کرد. در مطالعه دیگری ریپتو و همکاران [۳] ارتعاش‌های اجباری یک میکروتیر با تکیه‌گاه‌های بدون گیره را تحلیل کردند. پاسخ دینامیکی نانولوله‌های کربنی تحت بارگذاری متحرک بر اساس المان تیر توسط سیمسک ارائه شد [۴]. پاسخ ارتعاش اجباری نانوتیرهای هدفمند توسط اویماز با کمک از مدل تیر مرتبه بالاتر مورد مطالعه قرار گرفت [۵]. همچنین، بوشان و همکاران [۶] از مدل تیر برای تجزیه و تحلیل دینامیکی یک پوسته استوانه‌ای دوتایی با تکیه‌گاه‌های گیره‌دار استفاده کرده‌اند. ارتعاش اجباری پوسته‌های استوانه‌ای بر اساس مدل تیر مرتبه بالاتر توسط گولغزریان ارائه شده است [۷]. یک رویکرد عددی توسط چن [۸] جهت پاسخ ارتعاش اجباری یک مدل تیر با سطح مقطع‌های مختلف ارائه شد. علاوه بر این، تجزیه و تحلیل ارتعاش اجباری غیرخطی یک نانوتیر با تکیه‌گاه‌های بدون گیره توسط دای و

همکاران [۹] مطالعه شد. چن و همکاران [۱۰] پاسخ ارتعاش اجباری و آزاد تیرهای متخلخل هدفمند با توزیع تخلخل مختلف را بررسی کردند. اکبراف و مهدی‌اف [۱۱] ارتعاش اجباری یک تیر الاستیک ناقص که بر روی یک پایه الاستیکی قرار دارد، بررسی کردند. همچنین، سا و همکاران از روش عددی برای ارتعاش اجباری و آزاد یک نانوتیر واقع بر پایه الاستیکی استفاده کردند. تحلیل غیرخطی اجباری یک تیر ساندویچی ویسکوالاستیک تحت اثر بارگذاری هارمونیک توسط لی و همکاران [۱۲] مورد بررسی قرار گرفت. میرزایی و باقری [۱۳] به بررسی به‌کارگیری ظرفیت دینامیکی خطوط در مسئله در مدار قرار گرفتن بهینه واحدهای نیروگاهی در حضور واحدهای تولیدی بادی تحت شرایط عدم قطعیت پرداختند. محمدی‌مهر و همکاران [۱۴] ارتعاشات غیرخطی نانولوله‌های نیتريد بور به کمک نظریه تیر را بررسی کردند. رستمی و جداری سلامی [۱۵] ارتعاشات میکروتیرهای ساندویچی را بررسی نمودند. در ادامه نیز کومار و سیروینیاس [۱۶] پاسخ هندسی تیر هدفمند تحت نیروی پیرو را مورد مطالعه قرار دادند.

در زمینه ساختارهای نانوکامپوزیت، پژوهشی درخصوص تحلیل غیرخطی دینامیکی پتل نانوکامپوزیتی سه لایه ناقص توسط داک و همکاران [۱۷] انجام شد. هی و همکاران [۱۸] تجزیه و تحلیل ارتعاش اجباری و آزاد غیرخطی تیرهای نانوکامپوزیتی چندلایه را ارائه کردند. همچنین، پان و لیو [۱۹] پاسخ ارتعاشی تیغه‌های کامپوزیتی دوار ترکیبی را که با لایه‌های نانولوله‌های کربنی هدفمند تقویت شده بود، بررسی کردند. طالبی [۲۰] تحلیل نیروهای ارتعاشی القایی غیردائم وارد بر یک مجتمع سوخت هسته‌ای در جریان محوری مغشوش را ارائه کردند. علاوه بر این، وو و همکاران [۲۱] پاسخ ارتعاش آزاد تیرهای نانوکامپوزیتی چند لایه هدفمند مجهز به نانولوله‌های کربنی را مورد مطالعه قرار دادند. ما و آروین [۲۲] ارتعاشات ترموالکتریکی تیرهای ساندویچی نانوکامپوزیتی را بررسی کردند.

با توجه به پژوهش‌های انجام‌شده و اهمیت موضوع، در راستای ادامه مطالعات پیشین، نویسندگان این مقاله در نظر دارند تا تولید انرژی در میکروتیرهای تقویت‌شده با نانولوله‌های کربنی هدفمند را بر اساس مدل تیر سینوسی مورد بحث و بررسی قرار دهند. تأثیرات ابعاد میکرو طبق نظریه گرادیان کرنش فرض می‌شود. با به‌کارگیری اصل همپلتون، معادلات حرکت نهایی به دست می‌آیند. همچنین با استفاده از روش‌های حل نیومارک و مربع دیفرانسیل، توان الکتریکی تولیدی و ناحیه ناپایداری دینامیکی برای تیر نانوکامپوزیتی ارائه شده

۳. معادله‌های حاکم بر سازه

با استفاده از مدل گرادیان کرنش انرژی پتانسیل، کرنش سازه طبق رابطه (۸) خواهد بود [۲۴]:

$$U = \frac{1}{2} \int_V (\sigma_{ij} \varepsilon_{ij} + P_i \gamma_i + \tau_{ijk}^{(1)} \eta_{ijk}^{(1)} + m_{ij} \chi_{ij} - D_i E_i) dV, \quad (8)$$

در معادله بالا ε_{ij} ، γ_i ، $\eta_{ijk}^{(1)}$ ، χ_{ij} و E_i به ترتیب کرنش، گرادیان اتساع، گرادیان کششی انحرافی، تانسورهای گرادیان چرخش متقارن و میدان الکتریکی را نشان می‌دهند که طبق روابطی که در ادامه آمده است محاسبه می‌شوند:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right), \quad (9)$$

$$\gamma_i = \frac{\partial \varepsilon_{mm}}{\partial x_i}, \quad (10)$$

$$\eta_{ijk}^{(1)} = \frac{1}{3} \left(\frac{\partial \varepsilon_{jk}}{\partial x_i} + \frac{\partial \varepsilon_{ki}}{\partial x_j} + \frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial x_k} \right) - \frac{1}{15} \left[\delta_{ij} \left(\frac{\partial \varepsilon_{mm}}{\partial x_k} + \gamma \frac{\partial \varepsilon_{mk}}{\partial x_m} \right) + \delta_{jk} \left(\frac{\partial \varepsilon_{mm}}{\partial x_i} + \gamma \frac{\partial \varepsilon_{mi}}{\partial x_m} \right) + \delta_{ki} \left(\frac{\partial \varepsilon_{mm}}{\partial x_j} + \gamma \frac{\partial \varepsilon_{mj}}{\partial x_m} \right) \right], \quad (11)$$

$$\chi_{ij} = \frac{1}{2} \left(e_{ipq} \frac{\partial \varepsilon_{qj}}{\partial x_p} + e_{jpq} \frac{\partial \varepsilon_{qi}}{\partial x_p} \right), \quad (12)$$

$$E_i = -\nabla \phi, \quad (13)$$

در معادلات بالا u_i ، δ_{ij} ، e_{ijk} و ϕ به ترتیب بردارهای جابه‌جایی، دلتای کوبنده، تانسور متناوب و پتانسیل الکتریکی هستند. σ_{ij} تنش کلاسیک، تنش‌های مرتبه بالاتر p_i ، $\tau_{ijk}^{(1)}$ و m_{ij} و جابه‌جایی الکتریکی D_i به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\sigma_{ij} = E \delta_{ij} \varepsilon_{mm} + \gamma G \left(\varepsilon_{ij} - \frac{1}{3} \varepsilon_{mm} \delta_{ij} \right) - e_{ijk} E_k, \quad (14)$$

$$p_i = 2l_0^2 G \gamma_i, \quad (15)$$

$$\tau_{ijk}^{(1)} = 2l_1^2 G \eta_{ijk}^{(1)}, \quad (16)$$

$$m_{ij} = 2l_2^2 G \chi_{ij}, \quad (17)$$

$$D_k = e_{ijk} \varepsilon_{ij} + \varepsilon_{ik} E_k, \quad (18)$$

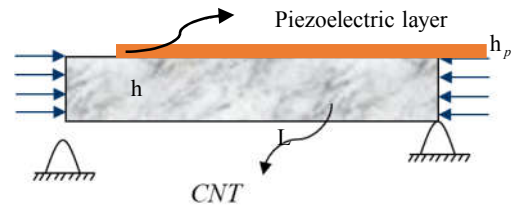
بنابراین در معادلات بالا E و G به ترتیب مدول‌های حجمی و برشی هستند. (l_0, l_1, l_2) پارامترهای ابعاد را نشان می‌دهد. انرژی جنبشی میکروتیر نیز به شکل زیر بیان می‌شود:

$$K = \frac{1}{2} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \int_0^L \rho \left[\left(\frac{\partial u_x}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_z}{\partial t} \right)^2 \right] dx dz \quad (19)$$

است. در پایان نیز، تأثیرات شرایط مرزی، کسر حجمی و نحوه توزیع نانولوله‌های کربنی، اندازه، دما و نسبت طول به ضخامت میکروتیر بر توان الکتریکی و ناحیه ناپایداری دینامیکی نشان داده شده است.

۲. مدل تیر سینوسی

شکل (۱) یک میکروتیر نانوکامپوزیتی با ضخامت h و طول L را نشان می‌دهد که با لایه پیزوالکتریک به ضخامت h_p پوشش داده شده است. تیر مورد نظر با استفاده از نانولوله‌های کربنی هدفمند تقویت شده است و تحت بارگذاری محوری هارمونیک قرار دارد.



شکل ۱: نمای شماتیک از میکروتیر تقویت شده با نانولوله‌های کربنی هدفمند

بر اساس مدل تیر سینوسی خواهیم داشت [۲۳]

$$u_x(x, z, t) = u(x, t) - z \frac{\partial w(x, t)}{\partial x} + \Phi(z) \varphi(x, t), \quad (1)$$

$$u_y(x, z, t) = 0, \quad (2)$$

$$u_z(x, z, t) = w(x, t), \quad (3)$$

در معادلات بالا u و w به ترتیب جابه‌جایی در راستای طولی و عرضی است. ϕ و φ نیز به ترتیب کرنش برشی و چرخش سطح مقطع هستند. $\Phi(z)$ به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$\varphi(x, t) = \frac{\partial w(x, t)}{\partial x} - \phi(x, t), \quad (4)$$

$$\Phi(z) = \frac{h}{\pi} \sin\left(\frac{\pi z}{h}\right) \quad (5)$$

روابط کرنش را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} - z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{h}{\pi} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \frac{h}{\pi} \frac{\partial \phi}{\partial x} f^{(\sin)}, \quad (6)$$

$$\varepsilon_{xz} = \frac{1}{2} \frac{\partial w}{\partial x} f^{(\cos)} - \frac{1}{2} \phi f^{(\cos)}, \quad (7)$$

که در معادله بالا $f^{(\cos)} = \cos\left(\frac{\pi z}{h}\right)$ و $f^{(\sin)} = \sin\left(\frac{\pi z}{h}\right)$ هستند.

بر اساس رابطه (۱۹) چگالی میکروتیر تعریف می شود. کار خارجی حاصل از بارگذاری عرضی هارمونیک را می توان به صورت زیر ارائه کرد:

$$W_t = -\frac{1}{\rho} \int (P_{cr}(\alpha + \beta \cos(\omega t))) \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 dA, \quad (20)$$

بر اساس رابطه (۲۰)، P_{cr} و ω به ترتیب بارگذاری کماتش بحرانی و بسامد تحریک هستند. همچنین α و β به ترتیب ضریب استاتیکی و دینامیکی بار هستند. باین حال، طبق اصل همیلتون معادلات نهایی حرکت عبارت اند از:

$$\delta u: \left(\frac{I' G \pi P}{h} \right) \frac{\delta^2 w}{\partial x^2} - \left(\frac{\gamma h E P}{\pi} \right) \frac{\delta^2 w}{\partial x^2} + \left(\frac{\gamma I' G \pi P}{h} \right) \frac{\delta^2 \phi}{\partial x^2} + \left(\frac{\lambda I' h G P}{\pi} + \frac{I' h G P}{\pi} \right) \frac{\delta^2 w}{\partial x^2} - \left(\frac{h E P}{\pi} \right) \frac{\delta^2 \phi}{\partial x^2} + \left(\frac{\lambda I' h G P}{\pi} - \frac{I' h G P}{\pi} \right) \frac{\delta^2 \phi}{\partial x^2} - (\gamma E A) \frac{\delta^2 u}{\partial x^2} + \left(\frac{\lambda I' G A}{h} + \frac{\gamma I' G A}{h} \right) \frac{\delta^2 u}{\partial x^2} + \rho A \frac{\delta^2 u}{\partial t^2}, \quad (21)$$

$$\delta \phi: - \left(\frac{-I' \frac{\epsilon \gamma}{15} \omega + I' \frac{\gamma \gamma}{15} G - I' \frac{\gamma}{\gamma} \omega + I' G}{\pi} \right) \frac{\delta^2 w}{\partial x^2} + \left(\frac{-\frac{\lambda I' h'}{\pi} a + \frac{\lambda I' h'}{\pi} G}{\pi} \right) \frac{\delta^2 w}{\partial x^2} + \left(\frac{-\frac{\lambda I' h'}{\pi} a + \frac{I' h'}{\pi} G}{\pi} \right) \frac{\delta^2 u}{\partial x^2} + \left(\frac{\gamma I' h'}{\pi} a + \frac{I' h'}{\pi} a \right) \frac{\delta^2 \phi}{\partial x^2} + \left(\frac{-\frac{1}{15} I' G \pi L}{h'} - \frac{1}{\gamma} \frac{I' G \pi^2}{h'} - \gamma \omega \right) \frac{\delta w}{\partial x} + \left(\frac{-\gamma I' G}{h} \right) \frac{\delta^2 w}{\partial x^2} + \left(\frac{-\gamma I' G \pi P}{h} \right) \frac{\delta^2 u}{\partial x^2} + \left(\frac{-\gamma I' G \pi P}{h} \right) \frac{\delta^2 w}{\partial x^2} + \left(\frac{\lambda I' G \pi L}{h'} + \frac{1}{\gamma} \frac{I' G \pi^2}{h'} + \omega \right) \phi + \left(\frac{\gamma I' G}{h} \right) \frac{\delta^2 \phi}{\partial x^2} - \left(\frac{I' \frac{\gamma \gamma}{15} \omega + I' \frac{\gamma}{\gamma} \omega + I' \frac{\gamma}{\gamma} \omega + \frac{h'}{\pi} E \right) \frac{\delta^2 \phi}{\partial x^2} - \left(\frac{h E P}{\pi} \right) \frac{\delta^2 u}{\partial x^2} - \frac{\rho h P}{\pi} \frac{\delta^2 w}{\partial x \partial t} - \frac{\rho h L}{\pi} \frac{\delta^2 w}{\partial x \partial t} + \frac{\rho h L}{\pi} \frac{\delta^2 \phi}{\partial t^2}, \quad (23)$$

انتگرالهایی که در ادامه آمده اند، به این صورت تعریف می شوند:

$$(A_i, I, P_0, P_1, T_0, L, O) = \int_A \beta dA, \quad (24)$$

و خواهیم داشت:

$$\beta = \left(\lambda, z^*, f^{(sin)}, f^{(cos)}, z f^{(cos)}, (f^{(sin)})^T, (f^{(cos)})^T \right). \quad (25)$$

در کار پیش رو، سه نوع شرط مرزی مختلف خواهیم داشت که به شرح زیرند:

۱. تکیه گاه ساده

$$u = w = M_x = 0, \quad (26)$$

۲. تکیه گاه گیره دار

$$u = w = \phi = 0, \quad (27)$$

۳. تکیه گاه ساده گیره دار

$$@x = 0 \Rightarrow u = w = \phi = 0, \quad (28)$$

$$@x = L \Rightarrow u = w = M_x = 0.$$

۴. اصل اختلاط

بر اساس این نظریه، مدول مؤثر یانگ و برشی سازه را می توان به صورت زیر بیان کرد [۲۵]:

$$E_{11} = \eta_{11} V_{OVR} E_{r11} + (1 - V_{OVR}) E_m, \quad (29)$$

$$\frac{\eta_{11}}{E_{r11}} = \frac{V_{OVR}}{E_m} + \frac{(1 - V_{OVR})}{E_m}, \quad (30)$$

$$\frac{\eta_{11}}{G_{r11}} = \frac{V_{OVR}}{G_m} + \frac{(1 - V_{OVR})}{G_m}, \quad (31)$$

در روابط (۲۹)، (۳۰) و (۳۱)، E_{r11} ، E_{r22} و E_m به ترتیب مدول های یانگ نانولوله های کربنی و فاز ماتریس هستند.

$$\delta w: \left(\frac{1}{15} \frac{I' G \pi L}{h'} + \frac{1}{\gamma} \frac{I' G \pi^2}{h'} + \gamma \omega \right) \frac{\delta \phi}{\partial x} - \left(\frac{\lambda I' G}{h} + \frac{\gamma I' h'}{\pi} a - \frac{\lambda I' h'}{\pi} G + \gamma I' G \right) \frac{\delta^2 w}{\partial x^2} - \left(\frac{\gamma I' h'}{\pi} a + \frac{I' h'}{\pi} a \right) \frac{\delta^2 \phi}{\partial x^2} - \left(\frac{-\gamma I' G}{h} + \frac{\gamma I' G \pi P}{h} \right) \frac{\delta^2 \phi}{\partial x^2} - \left(\frac{\lambda I' h'}{\pi} G \right) \frac{\delta^2 u}{\partial x^2} + \left(\frac{-\frac{\epsilon \gamma}{15} I' \omega + \frac{\gamma \gamma}{15} I' G - \frac{1}{\gamma} I' \omega + I' G}{\pi} + \frac{\gamma I' G}{\pi} - \gamma I' \omega + I' G - \frac{h'}{\pi} E + \frac{h'}{\pi} E P \right) \frac{\delta^2 \phi}{\partial x^2} - \left(\frac{\lambda I' G \pi L}{h'} + \frac{1}{\gamma} \frac{I' G \pi^2}{h'} + \omega + P_{cr}(\alpha + \beta \cos(\omega t)) \right) \frac{\delta^2 w}{\partial x^2} - \left(\frac{\lambda I' h'}{\pi} a + \frac{\lambda I' h'}{\pi} G \right) \frac{\delta^2 \phi}{\partial x^2} - \left(\frac{-\gamma I' G}{h} \right) \frac{\delta^2 \phi}{\partial x^2} - \left(\frac{\gamma I' G \pi P}{h} \right) \frac{\delta^2 u}{\partial x^2} + \left(\frac{h E P}{\pi} \right) \frac{\delta^2 u}{\partial x^2} - \left(\frac{\lambda I' G \pi P}{h} \right) \frac{\delta^2 w}{\partial x^2} + \left(\frac{-\frac{\gamma \gamma}{15} I' G + \frac{\lambda I' G}{h} + \frac{\gamma \gamma}{15} I' \omega - I' G}{\pi} + \frac{\gamma I' G}{\pi} - \gamma I' \omega + I' G - \frac{h'}{\pi} E + \frac{h'}{\pi} E P \right) \frac{\delta^2 w}{\partial x^2} - \left(\frac{\rho h P}{\pi} \right) \frac{\delta^2 \phi}{\partial x \partial t} - \left(\frac{\rho h L}{\pi} \right) \frac{\delta^2 w}{\partial x \partial t} + \left(\frac{\rho h L}{\pi} \right) \frac{\delta^2 \phi}{\partial t^2} + \rho A \frac{\delta^2 w}{\partial t^2}, \quad (22)$$

۶. روش حل

با استفاده از روش تفاضلات مربعی، معادلات دیفرانسیل ممکن است براساس رابطه (۴۰) به معادلات جبری منتقل شوند [۲۷]:

$$\frac{d^n f(x_i)}{dx^n} = \sum_{j=1}^N C_{ij}^{(n)} f(x_j) \quad n=1, \dots, N-1, \quad (40)$$

در نهایت، معادلات حرکت به صورت ماتریسی هستند:

$$\{[K][d] + [M][\dot{d}]\} = [f \cos(\omega t)], \quad (41)$$

در معادله بالا، $[d] = [u \ w \ \phi]^T$ بردار دینامیکی

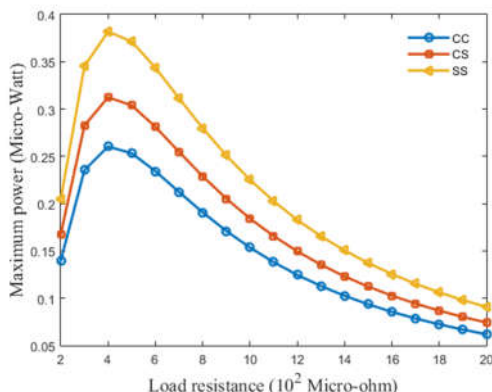
جابه‌جایی است. $[K]$ ماتریس سختی و $[M]$ ماتریس جرم است. در نهایت، براساس روش نیومارک، پاسخ بسامد میکروتیر را می‌توان ارائه کرد [۲۸].

۷. نتایج عددی

میکروتیر از پلی متیل متاکریلات^۱ ساخته شده و نسبت پواسون آن برابر است با $\nu_m = 0.34$. ضریب حرارتی وابسته به دمای آن برابر با $\alpha_m = (1 + 0.0005\Delta T) \times 10^{-6} / K$ می‌باشد. همچنین، مدول یانگ دما وابسته آن برابر با $E_m = (3.52 - 0.0034T) \text{ GPa}$ بوده که رابطه $T = T_0 + \Delta T$ با فرض $T_0 = 300 \text{ K}$ (دمای اتاق) برقرار است [۲۲].

• تولید انرژی

شکل (۲) توان الکتریکی یک میکرو تیر نانوکامپوزیتی هوشمند را برحسب مقاومت الکتریکی برای شرایط مرزی مختلف نشان می‌دهد. نتایج حاکی از آن است که شرط مرزی ساده در دو طرف، توان الکتریکی بیشتری نسبت به سایر شرایط مرزی دارد. اثر درصد حجمی نانولوله کربنی روی توان الکتریکی برحسب مقاومت در شکل (۳) نشان داده شده است. نتایج نشان می‌دهد که با افزایش درصد حجمی نانولوله کربنی، توان الکتریکی کاهش می‌یابد.



شکل (۲): اثر شرایط مرزی روی توان الکتریکی

همچنین V_{CNT} کسر حجمی نانولوله‌های کربنی، V_m کسر حجمی فاز ماتریس، و η_j ($j=1, 2, 3$) ثابت کارآمدی نانولوله‌های کربنی هستند. باید در نظر داشت که پارامتر η_j ممکن است براساس دینامیک مولکولی محاسبه شود. با این حال، توزیع نانولوله‌های کربنی برای الگوهای اشاره‌شده از روابطی که در ادامه آمده‌اند، تبعیت می‌کند:

$$UD: V_{CNT} = V_{CNT}^*, \quad (32)$$

$$FGV: V_{CNT}(z) = \left(1 + \frac{z}{h}\right) V_{CNT}^*, \quad (33)$$

$$FGD: V_{CNT}(z) = 2 \left(1 - \frac{|z|}{h}\right) V_{CNT}^*, \quad (34)$$

$$FGX: V_{CNT}(z) = 2 \left(\frac{|z|}{h}\right) V_{CNT}^*, \quad (35)$$

همچنین:

$$V_{CNT}^* = \frac{w_{CNT}}{w_{CNT} + (\rho_{CNT} / \rho_m) - (\rho_{CNT} / \rho_m) w_{CNT}}, \quad (36)$$

در روابط بالا w_{CNT} کسر جرمی نانولوله‌های کربنی، ρ_m چگالی فاز ماتریس، ρ_{CNT} چگالی نانولوله‌های کربنی، و V_{H12} به ترتیب نسبت‌های پواسون نانولوله‌های کربنی و فاز ماتریس هستند.

۵. تولید انرژی

با تعریف میدان الکتریکی برحسب ولتاژ به صورت $(E_k = -\frac{V_0(t)}{h_p})$ می‌توان شارژ الکتریکی را از رابطه (۱۸) به فرم زیر تعریف نمود [۲۶]:

$$q = \int_a^b D_z dx \quad (37)$$

همچنین جریان الکتریکی عبارت است از [۲۶]:

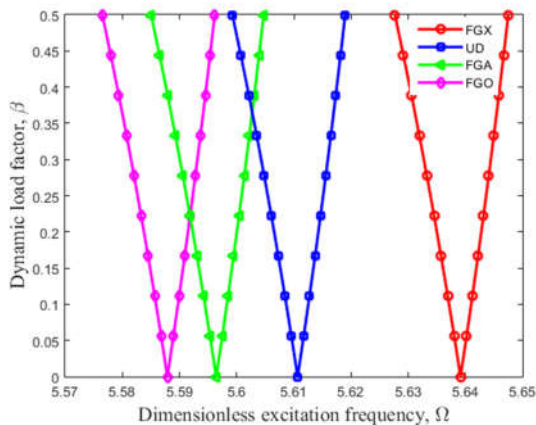
$$I = \frac{\partial q}{\partial t} \quad (38)$$

حال با کوپل کردن معادلات (۳۷) و (۳۸) و معادلات حرکت، می‌توان ولتاژ الکتریکی را محاسبه کرد و در نهایت، توان الکتریکی از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$P = \frac{V^2}{R} \quad (39)$$

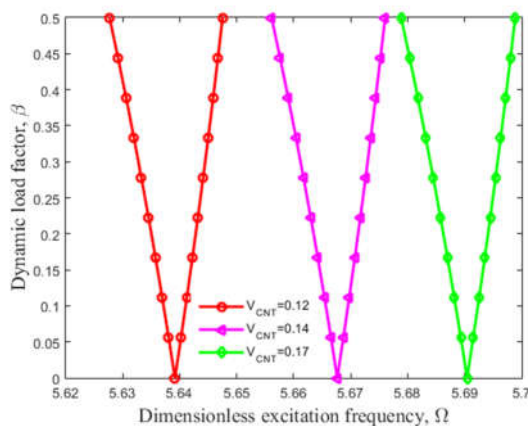
جایی که R مقاومت است.

توزیع در نزدیک مرکز سطح مقطع، کارآمدی بیشتری دارد.



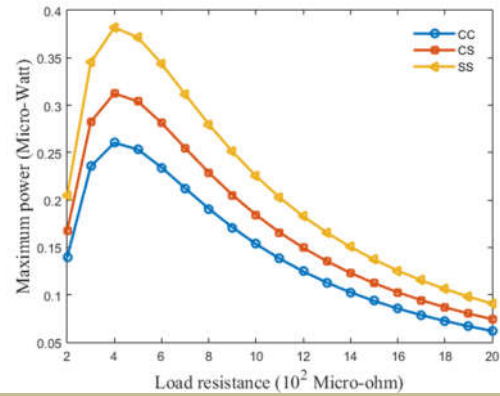
شکل (۵): اثر توزیع نانولوله‌های کربنی بر ناحیه ناپایداری دینامیکی میکروتیر نانوکامپوزیتی

تأثیرات کسر حجمی نانولوله‌های کربنی بر ناحیه ناپایداری دینامیکی میکروتیر در شکل (۶) آورده شده است. همان‌طور که در این شکل مشاهده می‌شود، با افزایش کسر حجمی نانولوله‌های کربنی، بسامد افزایش می‌یابد. دلیل این اتفاق نیز افزایش سفتی سازه با بیشتر شدن کسر حجمی نانولوله‌های کربنی است.



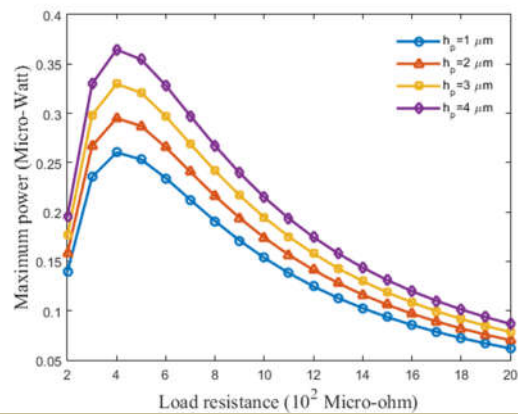
شکل (۶): تأثیرات کسر حجمی نانولوله‌های کربنی بر ناحیه ناپایداری دینامیکی میکروتیر نانوکامپوزیتی

شکل (۷) با هدف مطالعه تأثیرات فرضیه‌های کلاسیک و گرادیان کرنش ترسیم شده است. طبق این شکل مشهود است که بسامد مدل گرادیان کرنش نسبت به نظریه کلاسیک بیشتر است. دلیل این اختلاف میان دو نظریه می‌تواند آن باشد که گرادیان کرنش دارای سه پارامتر اندازه است.



شکل (۳): اثر درصد حجمی نانولوله کربنی روی توان الکتریکی

شکل (۴) بیانگر اثر ضخامت لایه پیزوالکتریک روی توان الکتریکی است. مشاهده می‌شود که با افزایش ضخامت لایه پیزوالکتریک، توان الکتریکی افزایش می‌یابد.



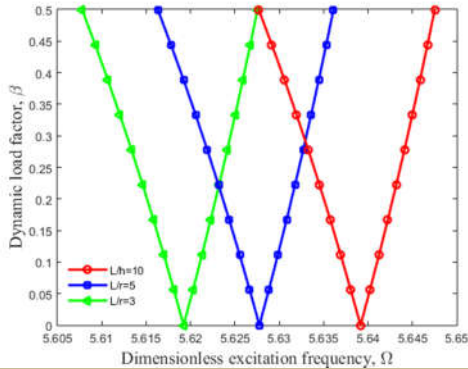
شکل (۴): اثر ضخامت لایه پیزوالکتریک روی توان الکتریکی

• تحلیل دینامیکی

شکل (۵) تأثیرات نوع توزیع نانولوله‌های کربنی بر ناحیه ناپایداری دینامیکی میکروتیر نانوکامپوزیتی را نشان می‌دهد. توزیع یکنواخت و ۳ نوع دیگر نانولوله‌های کربنی یعنی وی‌شکل^۱، لوزی‌شکل^۲ و ایکس‌شکل در نظر گرفته شده‌اند. طبق نتایج آورده شده در شکل ۲ می‌توان نتیجه گرفت که انتخاب توزیع ایکس‌شکل نسبت به موارد دیگر بهتر است. دلیل آن بیشتر بودن بسامد سازه برای این نوع توزیع نانولوله‌های کربنی است. به عبارت دیگر، سفتی سازه در مقایسه با دیگر انواع توزیع نانولوله‌های کربنی بیشتر است. با این حال، بسامد سازه زمانی که توزیع به صورت یکنواخت انجام شود، در مقایسه با دو نوع لوزی و وی‌شکل بیشتر است. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت قرارگیری نانولوله‌های کربنی در نزدیکی سطوح بالایی و پایینی در مقایسه با

1. Functionally Graded V-type (FGV) nanobeam
2. Functionally Graded O-type (FGO) nanobeam

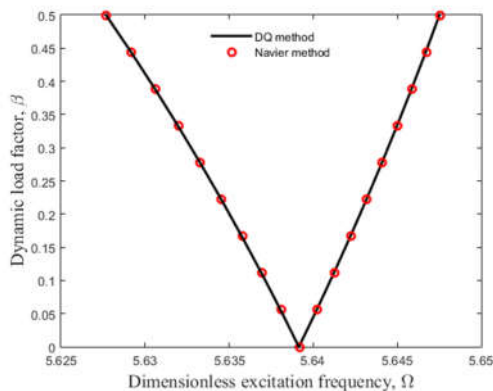
شکل (۱۰) تأثیرات طول به ضخامت میکروتیر نانوکامپوزیتی را بر ناحیه ناپایداری دینامیکی گزارش می‌دهد. مشهود است با افزایش نسبت طول به ضخامت میکروتیر، سفتی بیشتر شده و در نتیجه، ناحیه ناپایداری دینامیکی به بسامدهای پایین‌تری منتقل می‌شود.



شکل (۱۰): اثر نسبت طول به ضخامت میکروتیر نانوکامپوزیتی بر ناحیه ناپایداری دینامیکی

• اعتبارسنجی

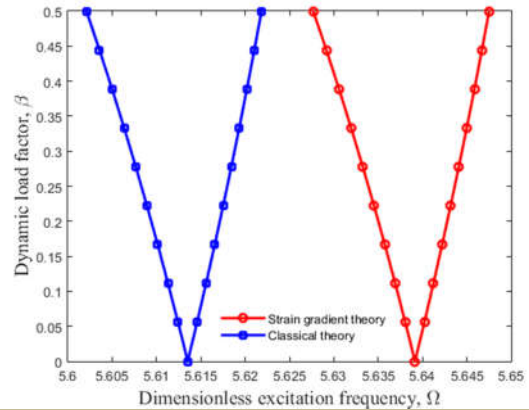
با توجه به اینکه مرجعی در زمینه این مقاله یافت نشد، برای اعتبارسنجی نتایج، از روش ناویر استفاده شد. بنابراین ناحیه پایداری دینامیکی سازه به کمک روش عددی تفاضلات مربعی و روش ناویر در شکل (۱۱) مقایسه شده است. نتایج نشان از دقت روش عددی به‌کاررفته در این مقاله دارد.



شکل (۱۱): مقایسه نتایج به کمک روش عددی تفاضلات مربعی و روش ناویر

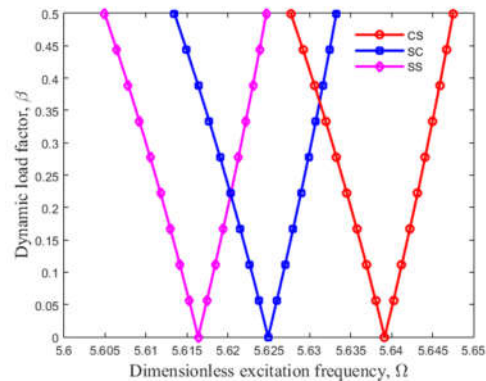
۸. نتیجه‌گیری

در این مقاله به تولید انرژی و تحلیل دینامیکی میکروتیر تقویت‌شده با نانولوله‌های کربنی هدفمند براساس نظریه گرادیان کرنش پرداخته شده است. در راستای استخراج مدول مؤثر یانگ بر میکروتیر، از قانون اختلاط استفاده شده است. با به‌کارگیری راهبرد انرژی، معادلات نهایی حرکت به دست آمده‌اند. از روش‌های حل تفاضلات مربعی و نیومارک نیز برای محاسبه توان الکتریکی و ناحیه ناپایداری



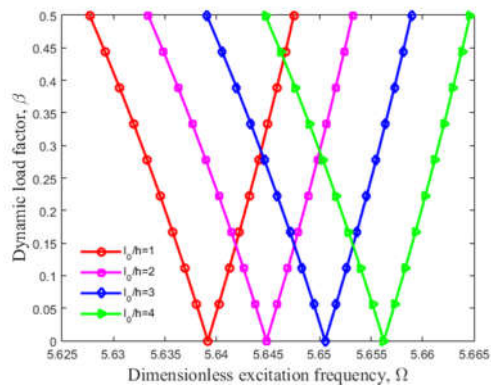
شکل (۷): ناحیه ناپایداری دینامیکی میکروتیر نانوکامپوزیتی برحسب نظریه‌های کلاسیک و گرادیان کرنش

شکل (۸) اثر نوع تکیه‌گاه را بر ناحیه ناپایداری دینامیکی سامانه نشان می‌دهد. طبق نتایج ارائه‌شده در شکل (۵) مشخص شد که به‌کارگیری تکیه‌گاه گیره‌دار سبب انتقال ناحیه ناپایداری دینامیکی به بسامدهای بالاتر شده است که از نظر فیزیکی به‌دلیل افزایش سفتی سازه می‌باشد.



شکل (۸): اثر شرایط مرزی متفاوت بر ناحیه ناپایداری دینامیکی میکروتیر نانوکامپوزیتی

اثر پارامتر مقیاس طولی ماده بر ناحیه ناپایداری دینامیکی میکروتیر نانوکامپوزیتی در شکل (۹) آورده شده است. طبق این شکل مشهود است با افزایش مقیاس طول ماده، ناحیه ناپایداری دینامیکی در بسامدهای بالاتری رخ داده است.



شکل (۹): ناحیه ناپایداری دینامیکی میکروتیر نانوکامپوزیتی برحسب پارامتر مقیاس طول ماده

- پیزوالکتریک، توان الکتریکی افزایش می‌یابد.
- ❖ ناحیه ناپایداری دینامیکی با افزایش کسر حجمی نانولوله‌های کربنی در بسامدهای بالاتر رخ داده است.
- ❖ بسامد تشدید سازه هنگامی که توزیع ایکس‌شکل به کار گرفته شده است، در مقایسه با توزیع یکنواخت، بیشتر می‌شود.
- ❖ بسامد گرادیان کرنش نسبت به نظریه کلاسیک بیشتر بود.
- ❖ با افزایش پارامتر ابعاد، بسامد میکروتیر نانوکامپوزیتی بهبود یافت.

- دینامیکی استفاده شده است. تأثیرات شرایط مرزی، کسر حجمی و توزیع نانولوله‌های کربنی، اندازه، دما و نسبت طول به ضخامت میکروتیر نانوکامپوزیتی بر روی تولید انرژی و ناحیه ناپایداری دینامیکی نشان داده شده است. دستاوردهای عددی نشان داده است:
- ❖ نتایج حاکی از آن است که شرط مرزی ساده در دو طرف، توان الکتریکی بیشتری نسبت به سایر شرایط مرزی دارد.
- ❖ نتایج نشان می‌دهد که با افزایش درصد حجمی نانولوله کربنی، توان الکتریکی کاهش می‌یابد.
- ❖ مشاهده می‌شود که با افزایش ضخامت لایه

مراجع

- [1] Virgin, L.N., Plaut, R.H., "Influence of axial load on forced vibrations of beams", Journal of Sound and Vibration, Vol. 168, pp.395-405, 1993. <https://doi.org/10.1006/jsvi.1993.1382>
- [2] Orhan, S., "Analysis of free and forced vibration of a cracked cantilever beam", NDT & E International, Vol. 40, pp. 443-450, 2007. <https://doi.org/10.1016/j.ndteint.2007.01.010>
- [3] Repetto, C.E., Roatta, A., Welti, R.J., "Forced vibrations of a cantilever beam", European Journal of Physics, Vol. 33, pp. 345-366, 2012. 10.1088/0143-0807/33/5/1187
- [4] Simsek, M., "Forced vibration of an embedded single-walled carbon nanotube traversed by a moving load using nonlocal Timoshenko beam theory", Steel Composite Structures, Vol. 11, pp. 59-76, 2012. 10.12989/scs.2011.11.1.059
- [5] Uymaz, B., "Forced vibration analysis of functionally graded beams using nonlocal elasticity", Composite Structures, Vol. 105, pp. 227-239, 2013. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2013.05.006>
- [6] Bhushan, A., Inamdar, M.M., Pawaskar, D.N., "Simultaneous planar free and forced vibrations analysis of an electrostatically actuated beam oscillator", International Journal of Mechanical Science, Vol. 23, pp. 8290-99, 2014. <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2014.03.003>
- [7] Ghulghazaryan, L.G., "Forced vibrations of orthotropic shells when there is viscous resistance", Journal of Applied Mathematical Mechanics, Vol. 79, pp. 281-292, 2015. <https://doi.org/10.1016/j.jappmathmech.2015.09.008>
- [8] Chen, D., Yang, J., Kitipornchai, S., "Free and forced vibrations of shear deformable functionally graded porous beams", International Journal of Mechanical Science, Vol. 108-109, pp. 14-22, 2018. <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2016.01.025>
- [9] Dai, H.L., Zhao, D.M., Zou, J.J., Wang, L., "Surface influence on the nonlinear forced vibration of cantilevered nanobeams", Physica E, Vol. 80, pp. 25-30, 2016. <https://doi.org/10.1016/j.physe.2016.01.008>
- [10] Chen, L., "Forced vibration of surface foundation on multi-layered half space", Structural Engineering and Mechanics, Vol. 54, pp. 623-648, 2015. <https://doi.org/10.12989/sem.2015.54.4.623>
- [11] Akbarov, S.D., Mehdiyev, M.A., "Forced vibration of the elastic system consisting of the hollow cylinder and surrounding elastic medium under perfect and imperfect contact", Structural Engineering and Mechanics, Vol. 62, pp. 113-123, 2017. <https://doi.org/10.12989/sem.2017.62.1.113>
- [12] Li, Y.H., Dong, Y.H., Qin, Y., Lv, H.W., "Nonlinear forced vibration and stability of an axially moving viscoelastic sandwich beam", International Journal of Mechanical Science, Vol. 138-139, pp. 131-145, 2018. <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2018.01.041>
- [13] Mirzaee, M., Bagheri, A., "Employing dynamic line rating in unit commitment problem in the presence of wind power generation units under

- uncertainty condition*", Energy Engineering and Management, 2023. <https://doi.org/10.22052/jeem.2023.113712>
- [14] Mohammadimehr, M., Farsi, A.A., Eslami Farsani, R., Dashti Gohari, P., Yousefi Ramandi, M., "The surface stress effects on linear vibration of nonlocal triple-walled boron nitride nano tube conveying viscose fluid flow using DQM", Journal of Modeling in Engineering, Vol. 43, pp. 47-66, 2016. <https://doi.org/10.22075/jme.2017.1739>
- [15] Rostami, H., Jedari Salami, S., "Large amplitude free vibration of sandwich beams with flexible core and FG Graphene Platelet Reinforced Composite (FG-GPLRC) face sheets based on extended higher-order sandwich panel theory", Thin-Walled Structures, Vol. 180, pp. 109999, 2022. <https://doi.org/10.1016/j.tws.2022.109999>
- [16] Kumar Kar, U., Srinivas, J., "Vibration analysis of Bi-directional FG-GNPs reinforced rotating micro-beam under Thermo-mechanical loading", Materials Today: Proceedings, Vol. 78, pp. 752-759, 2023. <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2022.10.227>
- [17] Duc, N.D., Hadavinia, H., Van Thu, P., Quan, T.Q., "Vibration and nonlinear dynamic response of imperfect three-phase polymer nanocomposite panel resting on elastic foundations under hydrodynamic loads", Composite Structures, Vol. 131, pp. 229-237, 2015. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2015.05.009>
- [18] He, X.Q., Rafiee, M., Liew, K.M., "Large amplitude vibration of fractionally damped viscoelastic CNTs/fiber/polymer multiscale composite beams", Composite Structures, Vol. 131, pp. 1111-1123, 2015. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2015.06.038>
- [19] Pan, Zh., Liew, K.M., "Predicting vibration characteristics of rotating composite blades containing CNT-reinforced composite laminae and damaged fiber-reinforced composite laminae", Composite Structures, Vol. 250, pp. 112580, 2020. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2020.112580>
- [20] Talebi, M., "Analysis of unsteady fluid induced vibration forces on a nuclear fuel rod bundle in turbulent axial flow", Energy Engineering and Management, Vol. 12, No. 1, pp. 158-169, 2022. (In Persian) <https://doi.org/10.22052/12.1.158>
- [21] Wu, H., Li, Y., Yang, J., "Free vibration analysis of functionally graded graphene nanocomposite beams partially in contact with fluid", Composite Structures, Vol. 291, pp. 115609, 2023. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2022.115609>
- [22] Ma, Zh., Arvin, H., "Nonlinear thermo-electro-mechanical free vibrations of sandwich nanocomposite beams bonded with sensor layers considering pyroelectricity", Engineering Analysis with Boundary Elements, Vol. 148, pp. 90-103, 2023. <https://doi.org/10.1016/j.enganabound.2022.12.019>
- [23] Şimşek, M., Reddy, J.N., "Bending and vibration of functionally graded microbeams using a new higher order beam theory and the modified couple stress theory", International Journal of Engineering Science, Vol. 64, pp. 37-53, 2013. <https://doi.org/10.1016/j.ijengsci.2012.12.002>
- [24] Lei, J., He, Y., Zhang, B., Gan, Z., Zeng, P., "Bending and vibration of functionally graded sinusoidal microbeams based on the strain gradient elasticity theory", International Journal of Engineering Science, Vol. 72, pp. 36-52, 2013. <https://doi.org/10.1016/j.ijengsci.2013.06.012>
- [25] Liew, K.M., Lei, Z.X., Yu, J.L., Zhang, L.W., "Postbuckling of carbon nanotube-reinforced functionally graded cylindrical panels under axial compression using a meshless approach", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 268, pp. 1-17, 2014. <https://doi.org/10.1016/j.cma.2013.09.001>
- [26] Rajora, A., Dwivedi, A., Vyas, A., Gupta, S., Tyagi, A., "Energy harvesting estimation from the vibration of a simply supported beam", International Journal of Acoustics and Vibration, Vol. 22, pp. 186-193, 2017. <https://doi.org/10.20855/ijav.2017.22.2463>
- [27] Al-Furjan, M.S.H., Yin, C., Shen, X., Kolahchi, R., Zarei, M.S., Hajmohammad, M.H., "Energy absorption and vibration of smart auxetic FG porous curved conical panels resting on the frictional viscoelastic torsional substrate", Mechanical Systems and Signal Processing Vol. 178, pp. 109269, 2022. <https://doi.org/10.1016/j.ymsp.2022.109269>
- [28] Simsek, M., Kocaturk, T., "Nonlinear dynamic

analysis of an eccentrically prestressed damped beam under a concentrated moving harmonic load", Journal of Sound and Vibration, Vol. 320,

pp. 235–253, 2009.
<https://doi.org/10.1016/j.jsv.2008.07.012>