نشریه علمی‌پژوهشی مهندسی و مدیریت انرژی
سال ششم، شمارۀ سوم/ پاییز ۱۳۹۵/ صفحه ۱۴ـ۲۳

مدل‌سازی شبکه‌های چندترمیناله در سیستم‌های قدرت با استفاده از روش برازش برداری به‌منظور تحلیل حالات گذرای الکترومغناطیسی فرکانس بالا

مهرداد محمودیان[1*]، محسن گیتی‌زاده[2]

[1*]دانشجوی دکتری دانشکده مهندسی برق و الکترونیک، دانشگاه صنعتی شیراز، شیراز، ایران
m.mahmoudian@sutech.ac.ir
[2]دانشیار دانشکده مهندسی برق و الکترونیک، دانشگاه صنعتی شیراز، شیراز، ایران
gitizadeh@sutech.ac.ir

چکیده: مدل‌سازی اجزای وابسته به فرکانس در سیستم‌های قدرت به‌منظور تحلیل حالات گذرای الکترومغناطیسی، معمولاً توسط یک ماتریس ادمیتانس وابسته به فرکانس صورت می‌پذیرد. اما اغلب، یکی از چالش‌های استخراج مدل فضای حالت در این موارد، بزرگ شدن خطای حاصل از مدل‌سازی در لحظۀ انتقال به حوزۀ زمان است. این افزایش غیرطبیعی خطا گاهی ناشی از کوچک بودن مقادیر ویژۀ ماتریس ادمیتانس یا به‌دلیل پایدار کردن قطب‌های ناپایدار، با انتقال اجباری آن‌ها به سمت چپ محور موهومی رخ می‌دهد. دربارۀ مسائل چندترمیناله، پاسخ خروجی گاهی اوقات به‌شدت وابسته به توزیع ورودی اعمال‌شده به ترمینال‌هاست. چنین رفتاری اغلب در محدودۀ فرکانسی پایین، به‌دلیل تفاوت‌های چشمگیر در مشخصه‌های مدار باز و اتصال کوتاه در حالت مودال، به وقوع می‌پیوندد. اعمال مستقیم تکنیک‌های مدل‌سازی شبکه‌ها در چنین مواردی، مدلی با ویژگی‌های غیردقیق به‌دست می‌دهد. لذا این مقاله، رویکرد جدیدی را به‌منظور مدل‌سازی شبکه‌های چندترمیناله در سیستم قدرت با استفاده از روش برازش برداری ارائه می‌کند. در روش پیشنهادی خطای مدل‌سازی بسیار کوچک است و نتایج دقیق شبیه‌سازی، خروجی این روش را به‌طور کاملاً مناسبی روی داده‌ها اصلی منطبق می‌کند.

واژه‌های کلیدی: حالات گذرای الکترومغناطیسی، روش برازش برداری، شبکۀ وابسته به فرکانس.

---

* نویسندۀ مسئول

۱. مقدمه

المان‌های وابسته به فرکانس در شبکه‌های قدرت، به‌راحتی می‌توانند با استفاده از توابع کسری، معمولاً در قالب مدل فضای حالت[1] یا یک مدل قطب‌ـ مانده[2]، مدل‌سازی شوند. چنین مدل‌هایی می‌توانند به‌راحتی در برنامه‌های تحلیل حالات گذرای الکترومغناطیسی[3] [۱]، مورد استفاده واقع شوند. در واقع، تجهیزاتی مانند خطوط انتقال، ترانسفورماتورها و زیرشبکه[4]ها، نمونه‌هایی از کاربرد روش فوق می‌باشند [۲ـ۶] . یک نوع از شبکه‌های چندترمیناله[5]، مدار معادلی از دید ترمینال یک بلوک از مدار است که رفتار اصلی جزئی از سیستم را به‌صورت خلاصه‌شده در مجموعه‌ای از ترمینال‌ها به‌خوبی تعریف می‌کند؛ برای مثال، انتهای یک خط انتقال نمونه‌ای از این سیستم است. بنابراین، این مدل‌سازی‌ها باید به‌صورتی اجرا شود که مدل استخراج‌شده به اندازهٔ کافی دقیق باشد. لذا باید مجموعه‌ای از محدودیت‌های فیزیکی مربوط به پایداری[6]، غیر فعال بودن[7]، علیت[8] و تقارن[9] در حالت معادلات ماتریسی، به بهترین وجه ممکن ارضا شوند [۷].

در مورد مسائل چندترمیناله، پاسخ خروجی گاهی اوقات به‌شدت وابسته به توزیع ورودی اعمال‌شده به ترمینال‌هاست. چنین رفتاری اغلب در محدوده فرکانسی پایین، به‌دلیل تفاوت‌های چشمگیر در مشخصه‌های مدار باز و اتصال کوتاه در حالت مودال، به وقوع می‌پیوندد. اعمال مستقیم تکنیک‌های مدل‌سازی شبکه‌ها در چنین مواردی، مدلی با ویژگی‌های غیردقیق به‌دست می‌دهد. این مشکل توسط روش شناخته‌شده‌ای با عنوان آشفتگی مودال[10] [۸] حل می‌شود، اما نیازمند زمان محاسباتی زیاد و حافظهٔ اضافی است.

در این مقاله، یک تکنیک جدید برای مدل‌سازی سیستم‌های چندترمینالهٔ سیستم‌های با اختلاف زیاد در مشخصات مودال معرفی می‌شود. منطق این تکنیک جدید بر پایهٔ قرار دادن ماتریس پارامتر ترمینال، در معرض ماتریس تبدیل تشابه، برای نشان دادن بهتر مقادیر ویژهٔ کوچک پنهان‌شده در داده‌هاست [۹]. سپس چگونگی محاسبهٔ یک ماتریس تبدیل مناسب با استفاده از داده‌های معین و چگونگی حفظ اطلاعات ضروری غیر فعال بودن و تقارن نشان داده می‌شود. پس از آن برای استخراج مدل و اجرای غیر فعال بودن، با استفاده از یک روش استاندارد در حل معادلات ماتریسی، ماتریس تبدیل ادمیتانس محاسبه می‌شود و در نهایت، مدل استخراج‌شده را از طریق تبدیل معکوس، به حوزهٔ فیزیکی (اولیه) برگردانده خواهد شد. در این مقاله، روش پیشنهادی برای مدل‌سازی مدار معادل شبکه وابسته به فرکانس[11] و خطوط انتقال، با تمرکز بر دقت و بهره‌وری بالا در محاسبات و زمان انجام آن بررسی و خطای محاسبات محاسبه و تحلیل می‌شود.

۲. شرح مسئله

در سیستم‌های n ترمیناله، می‌توان برای یافتن ماتریس ادمیتانس[12] در حوزهٔ فرکانس نوشت:

$$I(s)=Y(s)V(s) \quad (1)$$

که در آن، ماتریس جریان $I\in C^{n\times 1}$، ماتریس ولتاژ $V\in C^{n\times 1}$ و ماتریس ادمیتانس $Y\in C^{n\times n}$ می‌باشند. اما به‌منظور مدل‌سازی مقادیر ماتریس $Y(s)$، یک روش در مرجع [۱۰] ارائه شده است که رفتار ترمینال‌ها را توصیف می‌کند. در این روش، بالانویس‌های * و H به‌ترتیب، نشان‌دهندهٔ مزدوج و هرمیتی بودن (مزدوج و ترانهاده) ماتریس می‌باشند و عملگر $\lambda(:)$ مقادیر ویژهٔ ماتریس را استخراج می‌کند. در این مدل، قطب‌ها متعلق به مجموعه $\{\alpha_1,\alpha_2,...,\alpha_n\}$ هستند. بنابراین، مدل‌سازی باید با روشی انجام شود که در بارهای امپدانس‌های بالا، از بزرگ شدن خطا جلوگیری کند. برای دستیابی به این مهم، مدل با مشخصات ادمیتانسی Y_{model} و پارامترهای x، باید دقت تمام مقادیر ویژه $\lambda_1,\lambda_2,...,\lambda_n$ از ماتریس ادمیتانس را در نمونه برداری با نمونه‌های K، به‌طور نسبتاً خوبی حفظ کند. لذا کل محاسبات ما به کمینه کردن تابع زیر محدود می‌شود:

$$\underset{x}{\text{Minimize}}\{\text{Im}[\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{K}\|\frac{\lambda_{model,j}(s_k,x)-\lambda_j(s_k)}{\lambda_j(s_k)}\|^2]\} \quad (2)$$

۳. روش برازش برداری[13]

اگر پاسخ فرکانسی قسمتی از مدار یا شبکه قدرت، به‌صورت مجموعه‌ای از داده‌ها یا به شکل رابطهٔ (۳) در دسترس باشد،

$$f(s)=\frac{a_0+a_1s+...+a_Ns^N}{b_0+b_1s+...+b_Ns^N} \quad (3)$$

می‌توان آن را به شکل تابع کسری زیر که تقریبی مناسب از پاسخ فرکانسی مدار است، در نظر گرفت [۱۱-۱۴]:

$$f(s)=\sum_{n=1}^{N}\frac{c_n}{s-a_n}+d+sh \quad (4)$$

1. State Space
2. Pole-Residue Model
3. ElectroMagnetic Transient Program (EMTP)
4. Subnetworks
5. Multi-Port
6. Stability
7. Passivity
8. Causality
9. Symmetry
10. Modal Perturbation (MP)
11. Frequency-Dependent Network Equivalent (FDNE)
12. Admittance Matrix
13. Vector Fitting (VF)

که در آن s عملگر لاپلاس است. c_nها همان مانده‌ها و a_nها نیز قطب‌های برازش‌یافته‌اند که می‌توانند حقیقی یا مزدوج مختلط باشند. در رابطهٔ فوق h و d اعدادی حقیقی هستند. اکنون مسئلهٔ اصلی در این رابطه، تقریب زدن و محاسبهٔ تمامی ضرایب است. این عمل می‌تواند با استفاده از روش حداقل مربعات در یک بازهٔ فرکانسی معین صورت پذیرد. توجه کنید که یکی از مشکل اساسی در تقریب ضرایب، غیر خطی بودن معادلات و وجود ضرایب مجهول a_nها در مخرج کسر است.

روش برازش برداری مشکلات تقریب رابطهٔ (۴) را به‌ترتیب در دو مرحله و به‌صورت خطی و با اعمال قطب‌های معین حل می‌کند.

- گام اول: تعیین قطب‌ها

یک دسته قطب معین به‌عنوان a'_nها برای شروع انتخاب شده و تابع $f(s)$ در تابع مجهول $w(s)$ ضرب می‌شوند. به علاوه، یک تقریب کسری برای تابع مجهول $w(s)$ در نظر گرفته می‌شود. لذا:

$$\begin{pmatrix} w(s)f(s) \\ w(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{n=1}^{N} \frac{c_n}{s-a_n} + d + sh \\ \sum_{n=1}^{N} \frac{c'_n}{s-a'_n} + 1 \end{pmatrix} \quad (۵)$$

توجه کنید که در رابطهٔ (۵) تخمینی که برای تابع کسری $w(s)$ در نظر گرفته شده است، باید دارای قطب‌های مشابهی با تابع $w(s)f(s)$ داشته باشد. این مفهوم دقیقاً به این معناست که صورت تابع کسری $w(s)$ تمامی قطب‌های $f(s)$ را خنثی کند. همچنین باید ابهام‌های راه حل برای به‌دست‌آوردن تابع کسری $w(s)$ از بین بروند. بدین صورت که این تابع در فرکانس‌های بالا به‌صورت اجباری به سمت تابع واحد $\lim_{s\to\infty} w(s) = 1$ میل کند.

اکنون با ضرب ردیف دوم رابطهٔ (۳۲) در $f(s)$ چنین به‌دست می‌آید:

$$\sum_{n=1}^{N} \frac{c_n}{s-a'_n} + d + sh = \left(\sum_{n=1}^{N} \frac{c'_n}{s-a'_n} + 1\right) f(s) \quad (۶)$$

یا:

$$(wf)_{fit}(s) = w_{fit}(s) f(s) \quad (۷)$$

ملاحظه می‌شود که معادلهٔ (۶) خطی و با ضرایب مجهول c'_n، h، c_n و d است. اگر رابطهٔ (۷) در چند نقطهٔ فرکانسی معین و مختلف نوشته شود، مسئلهٔ فوق به چند رابطهٔ خطی به شکل:

$$Ax = b \quad (۸)$$

تبدیل می‌شود که در آن مجهولات، همان بردار برازش‌یافتهٔ x هستند. رابطهٔ (۸) را می‌توان با استفاده از روش حداقل مربعات حل کرد. توجه کنید که هر مجموع از توابع جزئی را می‌توان به‌صورت زیر نمایش داد:

$$(wf)_{fit}(s) = h \frac{\prod_{n=1}^{N+1}(s-z)}{\prod_{n=1}^{N}(s-a_n')} \quad (۹)$$

$$(w)_{fit}(s) = \frac{\prod_{n=1}^{N+1}(s-z')}{\prod_{n=1}^{N}(s-a_n')} \quad (۱۰)$$

از معادلات (۹) و (۱۰) به‌دست می‌آید:

$$f(s) = \frac{(wf)_{fit}(s)}{w_{fit}(s)} = h \frac{\prod_{n=1}^{N+1}(s-z)}{\prod_{n=1}^{N}(s-z_n')} \quad (۱۱)$$

رابطهٔ (۱۱) نشان می‌دهد که قطب‌های $f(s)$ معادل با صفرهای $w_{fit}(s)$ است (زیرا قطب‌های آغازگر، در فرایند جداسازی و برازش اثر خود را از دست می‌دهند. همچنین قطب‌های آغازگر استفاده‌شده در $(wf)_{fit}(s)$ همان قطب‌های آغازگر استفاده شده در $w_{fit}(s)$ می‌باشند). بنابراین با محاسبهٔ صفرهای $w_{fit}(s)$ یک دسته قطب‌های مناسب برای برازش تابع اولیهٔ $f(s)$ به‌دست خواهد آمد. محاسبهٔ صفرهای به‌دست‌آمده از توابع جزئی رابطهٔ (۱۱) در مرجع [۱۲] نشان داده شده است.

در این هنگام، برخی از قطب‌های جدید ممکن است ناپایدار باشند. این مشکل را می‌توان با قرینه کردن علامت قسمت حقیقی آن‌ها برطرف کرد.

- گام دوم: تعیین مانده‌ها

در اصل می‌توان مانده‌های تابع $f(s)$ را به‌طور مستقیم از روی رابطهٔ (۴) محاسبه کرد. اما در حالت کلی، با انجام محاسبات دقیق‌تری که بر روی رابطهٔ (۳۱) صورت می‌پذیرد، می‌توان صفرهای تابع $w(s)$ را به‌عنوان قطب‌های a_n تابع $f(s)$ محاسبه کرد. این موضوع مشابه حالت قبل، دوباره معادلات را به فرم خطی $Ax = b$ تبدیل می‌کند که بردار مجهول x شامل مجهولات h، d و c_n است. حل این معادلات در [۱۱] موجود است.

موضوع مهم و قابل توجه بعدی در این زمینه، یکسان بودن درجهٔ صورت و مخرج تابع $w_{fit}(s)$ در (۳) است. این موضوع نشان می‌دهد که برای مثال اگر قطب‌های آغازگر (صفرهای تابع $w_{fit}(s)$) صحیح باشند، قطب‌های جدید نیز برابر با قطب‌های آغازگرند ($w_{fit}(s) = 1$).

- انتخاب قطب‌های آغازگر

کاربرد موفقیت‌آمیز روش برازش برداری نیازمند وجود معادلات خطی‌ای است که بتوان آن‌ها را با دقت کافی و مناسبی حل کرد. در تجربه‌های پیشین، مشکلات انتخاب قطب‌های آغازگر جدید می‌توانند به دو شکل افزایش یابد:

۱. اگر قطب‌های آغازگر حقیقی در نظر گرفته شوند، ممکن است

معادلات خطی در رابطهٔ (۸) به‌صورت غیر دقیق حل شوند (قسمت‌های حقیقی و موهومی باید مساوی یکدیگر باشند).

۲. ممکن است اختلاف بزرگی در اندازهٔ قسمت‌های حقیقی و موهومی قطب‌های آغازگر و قطب‌های صحیح روی دهد که این موضوع درنتیجهٔ واریانس بزرگ اختلاف توابع $w(s)$ و $f(s)w(s)$ است. این موضوع به‌دلیل استفاده از روش حداقل مربعات در هنگام حل معادلات رابطهٔ (۸) است که می‌تواند منجر به نتایج ضعیف برازش توابع بشود. این مسئله ممکن است زمانی که توابع کوچک باشند رخ دهد.

مشکل اول با انتخاب قطب‌های آغازگر مختلط مرتفع می‌شود. مشکل دوم نیز با انتخاب هوشمندانهٔ مکان قطب‌های آغازگر و با استفاده از قطب‌های جدید به‌عنوان قطب‌های آغازگر در تکرارهای بعدی (مانند روش گوس- جردن) حل می‌شود.

قطب‌های آغاز گر باید به‌صورت مزدوج مختلط با قسمت موهومی مطابق با رابطهٔ (۵) که به‌صورت خطی در بازه فرکانسی مورد نظر توزیع شده‌اند، مد نظر قرار گیرند. هر جفت قطب به این صورت انتخاب می‌شوند:

$$a_n = -p + jq \qquad (۱۲)$$
$$a_{n+1} = -p - jq$$

که در آن:

$$p = \frac{q}{100} \qquad (۱۳)$$

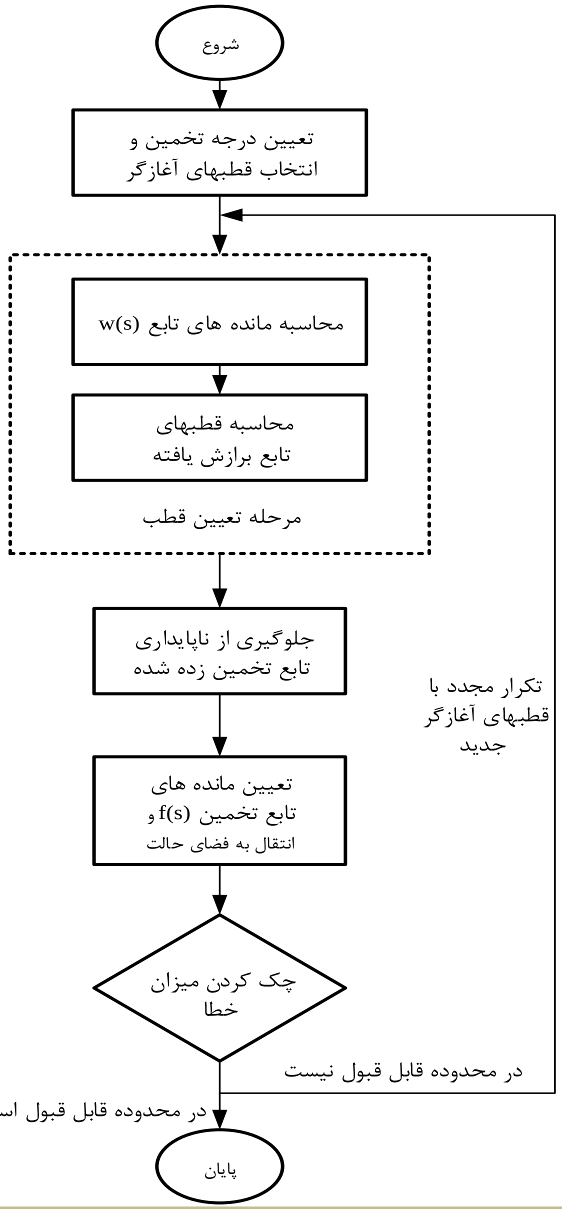
اکنون با انتخاب چنین قطب‌هایی، قسمت‌های حقیقی کوچک فرض می‌شوند و مشکل مطرح‌شده در قسمت قبل مرتفع خواهد شد. دیاگرام روش مذکور در شکل (۱) نمایش داده شده است.

۴. تبدیل مودال

ماتریس ادمیتانس Y را می‌توان توسط یک ماتریس غیرمنفرد T، با استفاده از تبدیل زیر، به حالت مودال تبدیل کرد. ماتریس T باید خواص مقادیر ویژهٔ ماتریس Y را حفظ کند.

$$T^{-1}YT=\tilde{Y} \qquad (۱۴)$$

اگر ماتریس T به‌خوبی انتخاب شود، می‌توان دستیابی به مقادیر ویژه کوچک Y را نسبت به $\tilde{Y}$ قابل مشاهده‌تر نمود. اکنون این تبدیل، یک تبدیل آشکارکنندهٔ مد[1] نام گذاری می‌شود. با قرار دادن $\tilde{Y}$ در الگوریتم VF و اعمال اجباری انتقال قطب‌ها به سمت چپ محور موهومی می‌توان به این نتیجه دست یافت که مقادیر ویژهٔ کوچک، دقیق‌تر نمایش داده شده‌اند. در انتها نیز ماتریس $\tilde{Y}$ باید به حالت پایه Y برگردانده شود.



شکل (۱): طرح‌واره حل مسئلهٔ تخمین سیستم زمین توسط روش برازش برداری

۴.۱. تجزیهٔ مقادیر ویژه

یک رویکرد معین برای تجزیهٔ مقادیر ویژه در نمونه‌های فرکانسی که با استفاده از رابطهٔ (۱۵) به‌دست آمده است، استفاده از ماتریس قطری Λ می‌باشد، زیرا این ماتریس دقیقاً مقادیر ویژهٔ Y را استخراج می‌کند. با وجود این در حالت کلی با یک ماتریس T وابسته به فرکانس، برازش مقادیر ویژه توسط یک تابع کسری پایدار نیز امکان‌پذیر نیست.

$$Y(s)=T(s)\Lambda(s)T^{-1}(s) \qquad (۱۵)$$

1. Mode Revealing Transformation

در عوض، این روش ملزم به استفاده از یک ماتریس تبدیل ثابت و حقیقی و اعمال آن به تمام فرکانس‌ها خواهد بود.

برای یافتن یک ماتریس کاندیدای خوب، ابتدا فرکانس s_0 طوری شناسایی می‌شود که در آن نسبت $k(s)$ در رابطهٔ (۱۶) بین بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین مقدار ویژه، ماکزیمم باشد. این عمل، یک ماتریس تجزیهٔ مقدار ویژهٔ T_x در فرکانس معین s_0 به‌دست می‌دهد. پس:

$$T_x = T(s_0) \tag{۱۶}$$

$$k(s)=\frac{\mathrm{Max}\{|\lambda_1(s)|,\ldots,|\lambda_n(s)|\}}{\min\{|\lambda_1(s)|,\ldots,|\lambda_n(s)|\}} \tag{۱۷}$$

۲.۴. حفظ واقعی بودن ماتریس تبدیل

در این مرحله نمی‌توان T_x به‌دست‌آمده را مستقیماً به ماتریس Y اعمال کرد، زیرا استفاده از یک T_x مختلط، مؤلفه‌هایی را در $\tilde{Y}$ تولید می‌کند که معیار واقعی بودن ماتریس تبدیل را طبق جدول (۱) را ارضا نمی‌کند. لذا برای دستیابی به یک ماتریس واقعی، از روش مرجع [۱۵] استفاده می‌شود. در این روش، هر بردار ویژهٔ t_x با یک زاویه Θ به‌منظور مینیمم کردن بخش موهومی آن چرخانده می‌شود. سپس با استفاده از روش حداقل مربعات، بهینه‌سازی انجام می‌پذیرد. اکنون برای هر بردار ویژهٔ چرخش‌یافته می‌توان نوشت:

$$\hat{t} = e^{j\theta}t_x = (cos\theta + jsin\theta)(t'_x + jt''_x) \tag{۱۸}$$

اکنون به‌منظور محاسبهٔ نُرم قسمت موهومی می‌توان نوشت:

$$f(\theta) = \left|\left|Im\{t'\}\right|\right|^2 = \sum_{i=1}^{n}\left(t'_{x,i}sin\theta + jt''_{x,i}cos\theta\right)^2 \tag{۱۹}$$

با مشتق‌گیری از رابطهٔ (۱۹) برحسب Θ و حل $df/d\theta = 0$، به‌دست می‌آید:

$$\tan(2\theta^*)=\frac{-2\sum_{i=1}^{n}t'_{x,i}t''_{x,i}}{\sum_{i=1}^{n}[(t'_{x,i})^2-(t''_{x,i})^2]} \tag{۲۰}$$

ازآنجایی‌که Θ می‌تواند نشان‌دهندهٔ یک مقدار ماکزیمم و مینیمم باشد، معادله (۷) در θ^* و $\theta^* + \frac{\pi}{2}$ ارزیابی می‌شود تا مقدار صحیح تعیین شود. در نهایت، از بخش موهومی صرف‌نظر خواهد شد. درنتیجه:

$$T_0 = \mathrm{Re}\{\hat{T}\} \tag{۲۱}$$

۳.۴. حفظ تقارن و غیر فعال بودن

تاکنون یکی از مشکلات روش پیشنهادشده، این است که تبدیل T_0 نه تنها تقارن Y را حفظ نمی‌کند بلکه هیچ تضمینی بر غیر فعال بودن آن ارائه نمی‌دهد.

برای غلبه بر این مشکل، T_0 با یک ماتریس متعامد و حقیقی Q تخمین زده می‌شود. ازآنجایی‌که تعامد به معنی $Q^{-1} = Q^T$ است، برای معادلهٔ (۱۴) به‌دست می‌آید:

$$Q^TYQ = \hat{Y} \tag{۲۲}$$

با استفاده از قانون برای ترانهادهٔ ماتریس‌ها می‌توان نوشت:

$$\hat{Y}^T = (Q^TYQ)^T = Q^TY^TQ = Q^TYQ = \hat{Y} \tag{۲۳}$$

بنابراین رابطهٔ فوق ثابت می‌کند که ماتریس تبدیل‌یافته $\hat{Y}$ متقارن است. برای تأیید اینکه Q غیر فعال بودن Y را تضمین می‌کند، Y به بخش‌های حقیقی و موهومی تقسیم می‌شود؛ یعنی:

$$Q^{-1}(Y' + jY'')Q = Q^{-1}YQ + jQ^{-1}Y''Q = \hat{Y}' + j\hat{Y}'' \tag{۲۴}$$

لذا روشن است که Q مقادیر ویژهٔ $\hat{Y}'$ و $\hat{Y}''$ را حفظ می‌کند، زیرا Q به‌عنوان یک تبدیل تشابه روی این ماتریس‌ها، به‌طور مجزا عمل می‌کند. ازآنجایی‌که Y و $\hat{Y}$ متقارن‌اند، معیار غیر فعال بودن طبق جدول (۱) شرط زیر است:

$$\lambda(Y+Y^H)>0 \tag{۲۵}$$

که می‌توان نوشت:

$$\lambda(Y)=\lambda(\tilde{Y}')>0 \tag{۲۶}$$

و حل مسئله تمام می‌شود.

جدول (۱): رابطهٔ بین خاصیت‌های ماتریس و روابط ریاضی حاکم بر آن

خصوصیات ماتریس	رابطه ریاضی
شرط حقیقی بودن	$Y(s) = Y^*(-s)$
شرط پایداری و علّی بودن	$Re\{a_m\} < 0\,; m = 1\,,\ldots,N$
شرط غیر فعال بودن	$\lambda(Y+Y^H)>0$
شرط تقارن	$Y = Y^T$

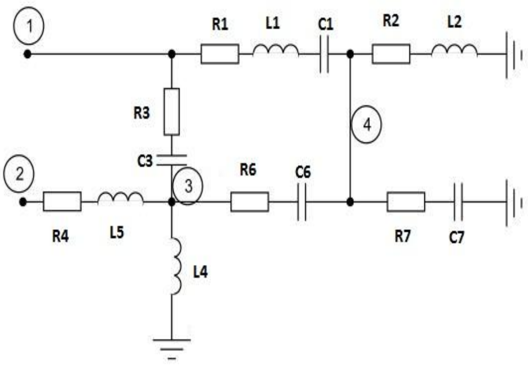
۵. شبیه‌سازی و تحلیل نتایج

در این قسمت، سه حالت مختلف به‌منظور اعتبارسنجی مدل پیشنهادی ارائه می‌شود.

- مورد اول

یک شبکهٔ دوترمینالهٔ نمونه در شکل (۲) نشان داده شده است. در این قسمت، ماتریس ادمیتانس با استفاده از روش پیشنهادی محاسبه و با داده‌های شبکه مقایسه می‌شود.

در حالت اول اگر داده‌های شبکه طبق جدول (۲) باشد، نمودار اندازه و فاز المان‌های ماتریس ادمیتانس (مدل فضای حالت) را می‌توان به‌ترتیب در شکل‌های (۳) و (۴) مشاهده کرد.

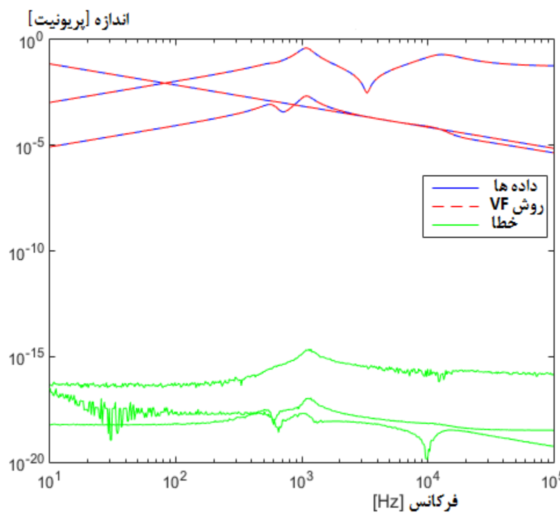


شکل (۲): یک شبکهٔ دوترمینالهٔ نوعی

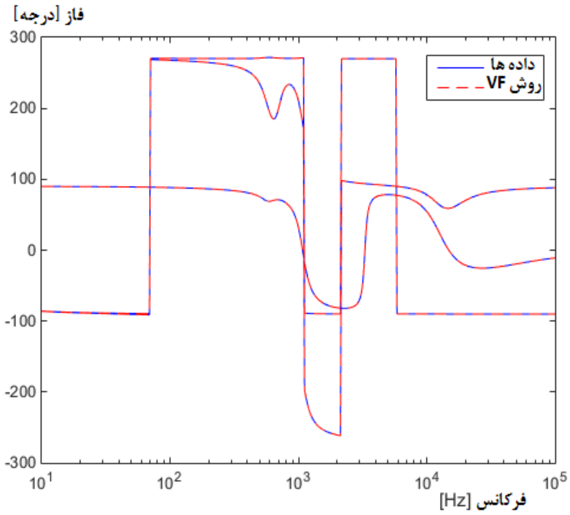
در هر دو شکل، نمودار آبی رنگ خروجی نرم‌افزار ATP است و نمودار قرمزرنگ، خروجی روش پیشنهادی است. نمودار سبزرنگ نیز خطای حاصل از مدل‌سازی و برازش است که تقریباً در این حالت، بین 10^{-15} و 10^{-20} می‌باشد. این میزان خطا حاکی از برازش بسیار دقیق داده‌ها بر روش پیشنهادی است.

جدول (۲): مقادیر المان‌های شبکهٔ شکل (۲) در حالت اول

مقدار (در سیستم SI)	المان	مقدار (در سیستم SI)	المان
۰/۰۰۰۱	L_1	۲	R_1
۰/۰۰۰۰۰۷	C_1	۰	R_2
۰/۰۰۲	L_2	۷	R_3
۰/۰۰۰۰۱	C_3	۰/۲۲۰	L_4
۰/۰۰۳	L_5	۱	R_5
۰/۰۰۰۰۱	C_6	۱۰	R_6
۰/۰۰۰۰۰۲	C_7	۱	R_7



شکل (۳): نمودار اندازهٔ المان‌های ماتریس Y در حالت اول

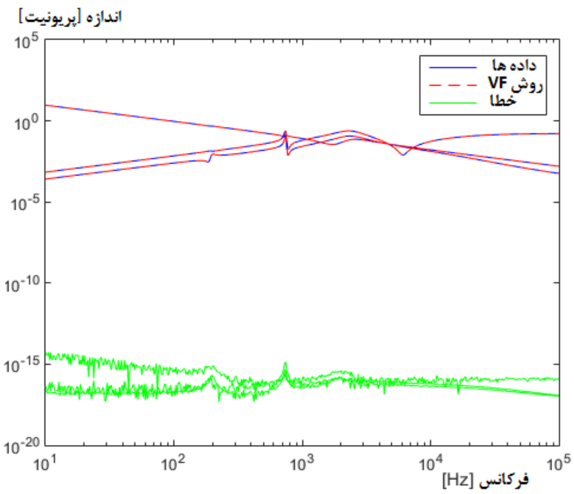


شکل (۴): نمودار فاز المان‌های ماتریس Y در حالت اول

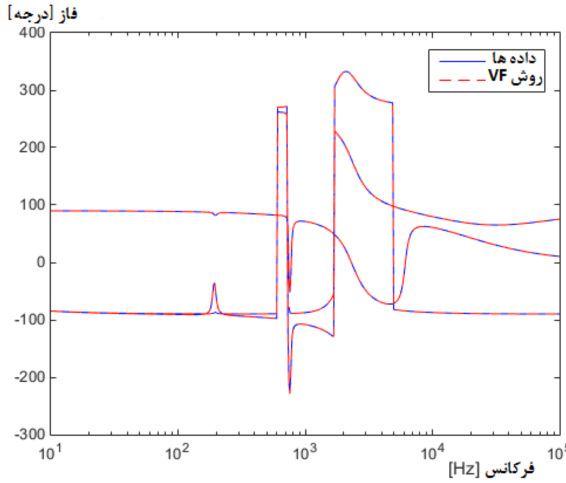
حال به‌منظور صحت هرچه بیشتر روش پیشنهادی، اگر داده‌های شکل (۲) به‌طور دلخواه مطابق جدول (۳) تغییر یابند، خروجی‌ها مطابق شکل (۵) و (۶) محاسبه می‌شوند:

جدول (۳): مقادیر المان‌های شبکهٔ شکل (۲) در حالت دوم

مقدار (در سیستم SI)	المان	مقدار (در سیستم SI)	المان
۰/۰۰۵	L_1	۱/۷	R_1
۰/۰۰۰۰۰۱	C_1	۳	R_2
۰/۰۵	L_2	۴	R_3
۰/۰۰۰۰۱	C_3	۰/۰۰۱	L_4
۰/۰۰۰۷	L_5	۰/۰۱	R_5
۰/۰۰۰۰۱	C_6	۲	R_6
۰/۰۰۰۰۰۲	C_7	۰	R_7



شکل (۵): نمودار اندازهٔ المان‌های ماتریس Y در حالت دوم

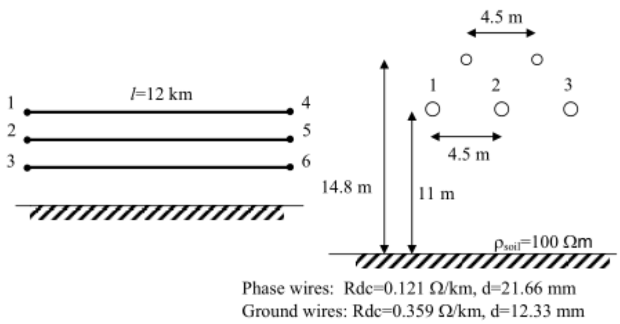


شکل (۶): نمودار فاز المان‌های ماتریس Y در حالت دوم

که مشاهده می‌شود باز هم نمودارهـای حاصـل از روش پیشـنهادی و داده‌های اول یه، با دقت بسیار زیادی (خطای حدود 10^{-15}) بـر هـم منطبق شده‌اند.

- مورد دوم

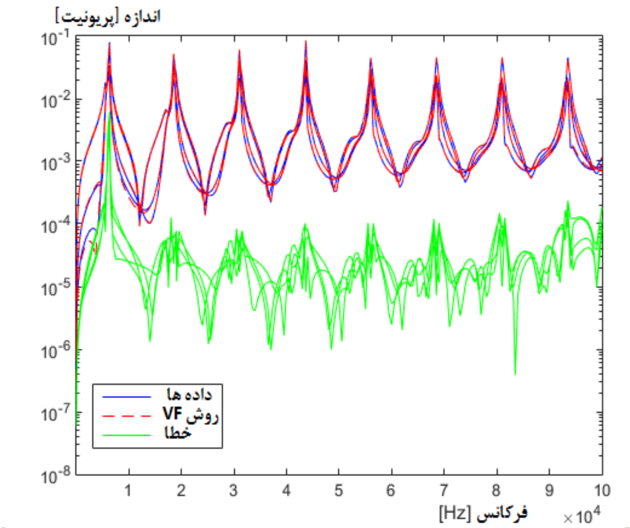
فرض کنید که یک خط انتقال ۱۳۲ کیلوولت با سه هـادی و طـول ۱۲ کیلومتر، مطابق شکل (۷) در دسترس باشد.



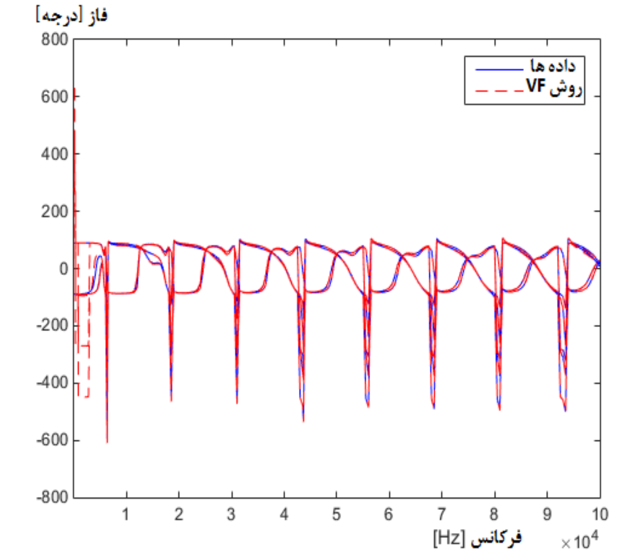
شکل (۷): خط انتقال مورد مطالعه

اکنون می‌توان نمودار اندازه و فاز المان‌های مـاتریس ادمیتـانس را به‌ترتیب در شکل‌های (۸) و (۹) مشاهده کرد. همان‌گونه که مشـاهده می شود خطایی در حدود 10^{-5} واحد، پس از برازش داده‌های اولیـه و تطابق آن با روش پیشنهادی پدید می‌آید که بسـیار مناسب و قابـل قبول است.

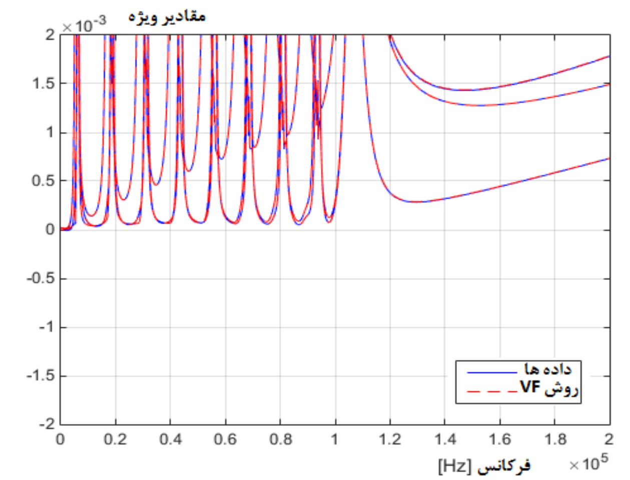
در شکل (۱۰) مقادیر ویژهٔ ماتریس ادمیتانس وابسـته بـه فرکـانس رسم شده‌اند. همان‌گونه که مشاهده می‌شود، مقادیر ویژهٔ بسیار کوچک هستند و در این هنگام، احتمال بزرگ شدن خطـای ناشـی از بـرازش ممکن است هر لحظه بزرگ و بزرگ‌تر شود. اما با انتخاب هوشمندانهٔ ماتریس Q، به آسانی بر این مشکل فائق آمد. لذا بـا توجـه بـه شـکل (۱۰)، با وجود اینکه مقادیر ویـژه بسـیار کوچـک‌انـد، بـاز هـم روش برازش برداری، با دقت بالایی، تطابق بین داده‌ها و منحنی برازش‌یافتـه را حاصل می‌کند.



شکل (۸): نمودار اندازهٔ المان‌های ماتریس Y



شکل (۹): نمودار فاز المان‌های ماتریس Y



شکل (۱۰): مقادیر ویژهٔ ماتریس ادمیتانس Y

- مورد سوم

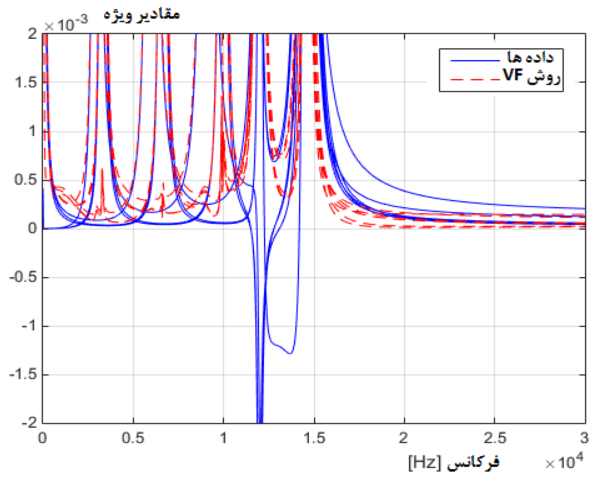
در این قسمت، یک مدار معادل ۶ ترمیناله از خط انتقال شکل (۲)

طبق روش پیشنهادی ارائه می‌شود. اما با این تفاوت که طول آن به ۴۵ کیلومتر افزایش داده شده است. همچنین بازهٔ فرکانسی بـرای عملیات بـرازش، از ۱۰ هرتـز تـا ۱۰ کیلـوهرتز در نظـر گرفتـه شـده اسـت. نمودارهای مقادیر ویژه و ادمیتانس حاصل‌شده از ترمینال مدار معـادل را می‌توان در شکل‌های (۱۱) و (۱۲) مشـاهده کـرد. همـان‌گونـه کـه ملاحظه می‌شود، خطای حاصل از شبیه‌سـازی در حـدود یـک‌هـزارم درصد می‌باشد و این نتایج، حاکی از آن است که برازش با دقت بسیار بالایی صورت پذیرفته است.

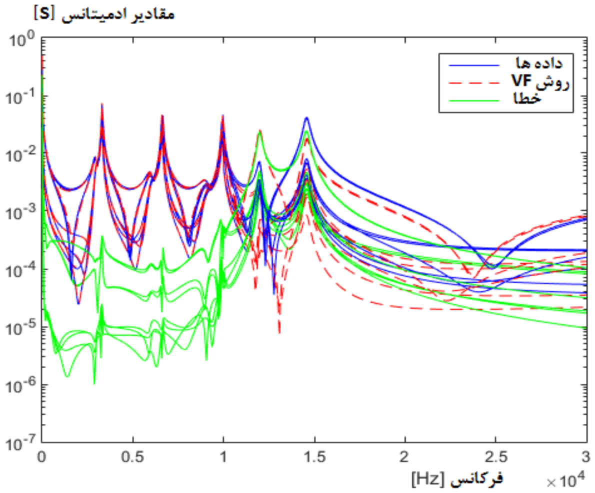
اکنون ممکن است این سؤال در ذهن خوانندگان پـیش بیایـد کـه مزیت روش پیشنهادی نسبت بـه مـدل‌هـای ارائـه‌شـده در نـرم‌افزار ATPDraw چیست؟ در پاسخ به این سؤال باید ذکر کرد که هدف از ارائهٔ مدل جدید، سادگی محاسبات و کنتـرل‌پـذیری آن اسـت؛ بـرای نمونه بهتر است مثال زیر شرح داده شود:

فرض کنید یک شبکهٔ دلخواه در دسترس دارید که می‌خواهیـد آن را در حالات گذرا تجزیه و تحلیل کنید. همان‌گونه که مستحضرید در این‌گونه مسائل، باید داده‌هـای بسـیاری از شـبکه در میکروثانیـه‌هـای تحت عمل در دسترس قرار گیرد. حال اگر این شـبکه شـامل خطـوط انتقال یا ترانسفورماتور باشد، تحلیل شبکهٔ زمـان بسـیاری را از کـاربر سلب می‌کند که چندان خوشایند نیست.

لذا در این مقاله روشی ارائه شده است که کاربر می‌تواند هر شبکهٔ دلخواهی را در نرم‌افزار متلب توسط mfile با Y_{bus} مدل کنـد. سـپس پاسخ فرکانسی شبکه از دید ترمینال‌های مورد نظـر محاسـبه نمایـد و شـبکهٔ دلخـواه مـذکور را تنهـا بـا مقـادیر RLC و بـه سـادگی در ATPDraw مدل کند. پس از آن کاربر می‌تواند بـا سـاخت مـدلی بـا پسـوند atp. آن مـدل را در نـرم‌افـزار ATPDraw فراخـوانی کنـد و تحلیل‌ها را انجام دهد.

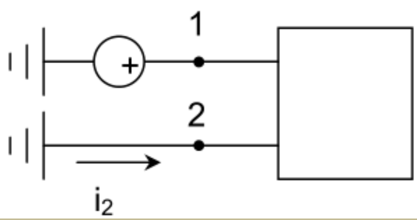


شکل (۱۱): مقادیر ویژهٔ ماتریس ادمیتانس Y برای مدار معادل خط انتقال



شکل (۱۲): نمودار المان‌های ماتریس ادمیتانس Y برای ترمینال خط انتقال

مزیت این روش این است که دیگر نرم‌افزار ATPDraw بـا خـط انتقال یا شبکه‌های حجیم و غـول‌پیکـر مواجـه نمـی‌شـود و فقـط بـا المان‌های اهمـی ـ سـلفی ـ خـازنی روبـه‌رو خواهـد شـد. ازآنجاکـه گسسته‌سازی مدل جریان این المـان‌هـا در مرجـع [۱] بـه‌طـور کامـل تشریح شده است، نرم‌افزار ATPDraw آن‌ها را در کسری از نانوثانیه مدل می‌کند و اطلاعات مورد نیاز را از مـدار معـادل شـبکه اسـتخراج می‌کند؛ برای نمونـه در شـکل (۱۳) یـک شـبکهٔ دوترمینالـهٔ سـاده در نرم‌افزار مدل شده است. مدار معادل شبکهٔ مورد نظر در این مربع و با فراخوانی فایل مدل با پسوند atp. گنجانده شده است. حال اگر بـرای مثال بخواهید پاسخ جریان ورودی به ترمینال ۲ را ناشی از یـک منبـع ولتاژ مشاهده کند، کافی است مداری همانند شکل (۱۳) در نـرم‌افـزار رسم کنید.



شکل (۱۳): اصول مدل‌سازی روش پیشنهادی در نرم‌افزار

اکنون به‌آسانی تحلیل شبکهٔ وابسته به فرکـانس در تحلیـل حالـت گذرا صورت می‌پذیرد؛ برای یک مثال واقعی، می‌توان مطالعه مـوردی حالت دوم را نام برد. بنابراین اسـتفاده از نـرم‌افـزار ATPDraw تنهـا به‌منظور بررسی اعتبار مـدل ارائـه شـده و قابـل اسـتفاده بـودن آن در پژوهش‌ها و پروژه‌هاست و هیچ‌گونـه نفـی و مخـالفتی بـا مـدل‌هـای ریاضیاتی موجود ایجاد نمی‌کند [۷، ۸، ۱۰، ۱۱ و ۱۵].

۶. نتیجه‌گیری

در این مقاله، یک روش نوین برای مدل‌سازی سیستم‌های چندپورته معرفی شده است. این روش هنگامی که نسبت مقادیر ویژهٔ بزرگ به مقادیر ویژهٔ کوچک در ماتریس ادمیتانس ترمینال چشمگیر باشد، بسیار کاربرد دارد. روش پیشنهادی، بر مبنای اعمال ماتریس تبدیل تشابه Q به Y، برای قابل مشاهده‌تر ساختن مقادیر ویژهٔ کوچک ماتریس ادمیتانس است. این ماتریس تبدیل با تجزیهٔ مقادیر ویژه، چرخش بردار ویژه و متعامدسازی محاسبه می‌شود. از خصوصیات روش پیشنهادی می‌توان به موارد زیر اشاره کرد: اول اینکه ماتریس تبدیل‌یافته $\hat{Y}$ متقارن باقی می‌ماند و مقادیر ویژه و مشخصات غیر فعال بودن Y را حفظ می‌کند؛ دوم اینکه با اعمال روش برازش برداری و اجرای اجباری غیر فعال بودن به $\hat{Y}$، با وزن‌دهی مناسب در بهینه‌سازی حداقل مربعات، نسبت به زمانی که این تکنیک‌ها مستقیماً به Y اعمال شوند، نمایش بسیار بهتری از مقادیر ویژهٔ Y ارائه می‌کند. و سوم اینکه مدل استخراج‌شدهٔ مانده‌ـ قطب $\hat{Y}$، با اعمال تبدیل معکوس به هر ماتریس مانده به‌طور مجزا، به حوزهٔ فیزیکی برگردانده می‌شود و مدلی از Y را ارائه می‌کند.

ماتریس تبدیل آشکارکنندهٔ مد Q در فرکانس s_0 محاسبه شده و به Y در تمام فرکانس‌ها اعمال شد. بنابراین ممکن است این سؤال پیش بیاید که آیا مقادیر ویژهٔ Y در فرکانس‌های دور از s_0 به‌خوبی قابل مشاهده خواهند بود یا خیر. به‌طور کلی، هیچ تضمینی برای صحت این مطلب وجود ندارد. بااین‌حال، برای کاربردهای سیستم قدرت، نسبت مقادیر ویژهٔ بزرگ به مقادیر ویژهٔ کوچک، معمولاً فقط در فرکانس‌های پایین رخ خواهد داد. بنابراین، با محاسبهٔ Q در یک نقطهٔ فرکانسی در ناحیه‌ای که در آن k(s) بزرگ (حداکثر) باشد، مقادیر ویژهٔ Y در ماتریس تبدیل $\hat{Y}(s)$ نسبت به $\hat{Y}$ به شکل قابل توجهی، قابل مشاهده‌تر خواه بود.

مطالعات موردی صورت‌گرفته در این مقاله نیز، صحت سرعت و دقت نتایج را با استفاده از روش پیشنهادی برای اعمال به شبکه‌های چندترمیناله در سیستم‌های قدرت تأیید می‌کند.

مراجع

[1] Dommel, H. W., "*EMTP Theory Book*", Bonneville Power Administration. Portland, OR, USA: EMTP, 1986.

[۲] محمودیان مهرداد، غلامی احمد، گیتی‌زاده محسن. «*بررسی جامع اضافه‌ولتاژهای صاعقه در مزارع بادی با پیکربندی‌های متفاوت به همراه تأثیر سیستم زمین*». مهندسی و مدیریت انرژی. سال ۱۳۹۴، جلد ۵، شماره ۳، صفحات ۱۴ـ۲۹.

[۳] مرتضایی‌نژاد سید مسعود، غلامی احمد. «*مکان‌یابی برقگیر در مزرعهٔ بادی به کمک الگوریتم ژنتیک*». مهندسی و مدیریت انرژی. سال ۱۳۹۴، جلد ۵، شماره ۲، صفحات ۱۴ـ۲۳.

[4] Noda, T., Nagaoka, N., Ametani,A., "*Phase Domain Modeling of Frequency-Dependent Transmission Lines by Means of an ARMA Model*", IEEE Trans. Power Del., Vol. 11, No. 1, pp. 401–411, Jan. 1996.

[5] Morched, A., Gustavsen, B., Tartibi, M., "*A Universal Model for Accurate Calculation of Electromagnetic Transients on Overhead Lines and Underground Cables*", IEEE Trans. Power Del., Vol. 14, No. 3, pp. 1032–1038, Jul. 1999.

[۶] عرب مارکده غلامرضا، محمدرضایی مالک، صادق‌زاده محمدتقی. «*کاهش ولتاژ وجه مشترک در مبدل ماتریسی با حذف بردار صفر*». مهندسی و مدیریت انرژی. سال ۱۳۹۱، جلد ۲، شماره ۲، صفحات ۲–۱۲.

[7] Gustavsen, B., "*Wide Band Modeling of Power Transformers*", IEEE Trans. Power Del., Vol. 19, No. 1, pp. 414–422, Jan. 2004.

[8] Gustavsen, B., "*Frequency-Dependent Modeling of Power Transformers with Ungrounded Windings*", IEEE Trans. Power Del., Vol. 19, No. 3, pp. 1328–1334, Jul. 2004.

[9] Borghetti, A., Morched, A., Napolitano, F., Nucci, C. A., "*Lightning-Induced Overvoltages Transferred Through Distribution Power Transformers*", IEEE Trans. Power Del., Vol. 24, No. 1, pp. 360–372, Jan. 2009.

[10] Gustavsen, B., Semlyen, A., "*Rational Approximation of Frequency Domain Responses by Vector Fitting*", IEEE Trans. Power Delivery, Vol. 14, No. 3, pp. 1052-1061, July 1999.

[11] Gustavsen, B., "*Improving the Pole Relocating Properties of Vector Fitting*", IEEE Trans. Power Delivery, Vol. 21, No. 3, pp. 1587-1592, July 2006.

[12] Deschrijver, D., Mrozowski, M., . Dhaene, T, De Zutter, D., "*Macromodeling of Multiport Systems Using a Fast Implementation of the Vector Fitting Method*", IEEE Microwave and Wireless Components Letters, Vol. 18, No. 6, pp. 383-385, June 2008.

[13] Annakkage, U. D., Nair, N. K. C., Liang, Y., Gole, A. M., Dinavahi, V., Gustavsen, B., Noda, T., Ghasemi, H., Monti, A., Matar, M., Iravani, R.,. Martinez, J .A, "*Dynamic System Equivalents: a Survey of Available Techniques*", IEEE Trans. Power Del., Vol. 27, No. 1, pp. 411–420, Jan. 2012.

[14] Calafiore, G. C., Chinea, A., Grivet-Talocia, S., "*Subgradient Techniques for Passivity Enforcement of Linear Device and Interconnect Macromodels*", IEEE

Trans. Microw. Theory Tech., Vol. 60, No. 10, pp. 2990–3003, Oct. 2012

[15] Gustavsen, B., "*Passive Macromodeling via Mode-Revealing Transformation*", in Proc. 16th IEEE Workshop Signal Propag. Interconnects, Sorrento, Italy, pp. 61–64, May. 2012,