

مطالعه عددی انتقال حرارت در فضای مابین دو مخروط ناقص هم محور

مهدی صحرانورد^{1*}، شهرام خلیل آریا²

¹ کارشناس ارشد دانشکده فنی مهندسی، دانشگاه ارومیه، ارومیه، ایران

sahranavard.mehdi@gmail.com

² دانشیار دانشکده فنی مهندسی، دانشگاه ارومیه، ارومیه، ایران

sh.khalilarya@urmia.ac.ir

دریافت مقاله: 91/2/13 اصلاحیه: 91/8/8

پذیرش مقاله: 91/12/14

چکیده: در این مقاله، رفتار انتقال حرارت، در جریان سیال مابین فضای دو مخروط ناقص، با مخروط داخلی دوار در شار حرارتی ثابت و مخروط خارجی ساکن در محیط، مطالعه شده است. با شبیه سازی عددی معادلات حاکم، خصوصیات جریان و مکانیزم انتقال حرارت، در سیال موجود در هندسه بررسی شده است. بی ثباتی بر اثر سرعت چرخش بالا، این گونه جریان را به شدت آشفته می کند و به تبع آن، چالشی برای شبیه سازی چنین سیستم هایی به وجود می آید. در حال حاضر، با به کارگیری اصول دینامیک سیالات محاسباتی (CFD) بینش نسبتاً دقیقی از این نوع جریان، فراهم می شود که در مقایسه با مطالعات تجربی ارزان تر و سریع تر بوده و در نتیجه به مهندسان اجازه می دهد تا به سرعت، طراحی ماشین آلات دوار را بهبود بخشند، لذا معادلات حاکم و شبیه سازی عددی مسئله با استفاده از برنامه تجاری CFD حل شده و نتایج حاصل از بررسی و آثار پارامترهای مختلف بر انتقال حرارت در جریان سیال مطالعه شده است. از جمله این پارامترها می توان به عدد ناسلت شعاعی متوسط که با اعداد رینولدز محوری و دورانی، در عدد پرانتل پایین مقایسه شده، اشاره کرد. محدوده تغییرات اعداد رینولدز محوری 30 تا 1200 و محدوده تغییرات اعداد رینولدز دورانی 30 تا 2922 می باشند. در نهایت، تأثیر دوران بر انتقال حرارت به دست آمده و بحث شده است.

واژه های کلیدی: مخروط ناقص، فاصله، دوران، جریان تیلور کوئت.

وجود آمده و در مسیرهای حلزونی شکل حرکت می‌کند. نوی مهیدی و وی میر [8] با تعریف سطح مرزی آزاد در جریان سیال و تعیین پیکربندی‌های مختلف، جریان ترکیبی را در چنین مرز صلیبی مطالعه و مشاهده کردند که جریان اصلی و گردابه‌های موجود به صورت کاملاً حلقوی تشکیل شده و با تغییراتی که در عدد رینولدز جریان داده می‌شود، گردابه‌های تشکیل شده، به صورت مارپیچ به سمت پایین (رأس مخروط) یا بالا حرکت می‌کنند. با شبیه‌سازی جریان با استفاده از لایه اکمان، هافمن و بوسسه [9] توانستند گذر از گردابه‌های تیلور ناپایا به لایه اکمان ناپایا را با زاویه رأس 45 درجه پیش‌بینی کنند. این نتایج بعدها توسط وی میر [10] با انجام آزمایشات تجربی با انواع متفاوت هندسه‌های مخروطی شکل تأیید شدند.

تنوع و اهمیت جریان CTCF الزام برای درک خواص آن را فراهم می‌کند. در یک دهه گذشته، گردابه‌های تیلور در جریان مابین دو مخروط هم‌محور دوار، به صورت تجربی و عددی بررسی و مطالعه شده است. در مقایسه با نتایج تجربی، تنها فقط چند کار عددی وجود دارد که در این خصوص انجام یافته است. با استفاده از روش المان محدود، نوی مهیدی و همکاران [11] آثار زاویه رأس مخروط و نرخ شتاب را بر روی گردابه تیلور بررسی کرده‌اند. آن‌ها نشان دادند به علت افزایش اجزای مماسی جریان (θ) سهم نیروهای گریز از مرکز، موقعی که زاویه رأس افزایش می‌یابد، برجسته‌تر می‌شود.

جریان حاصل از سیال لزج در نتیجه دوران مخروط، در اغلب کاربردهای مهندسی و صنعتی مورد توجه قرار گرفته است. علت چنین توجه زیادی را می‌توان مشابهت سه‌بعدی قابل توجه در مطالعه جریان‌های مهندسی ماشین‌های دوار، مانند پمپ‌های سانتریفیوژ، لزجت‌سنج‌ها و برخی مسائل آیرودینامیکی جریان با تحلیل‌های عددی مربوطه دانست. می‌توان توجه مخصوص در این خصوص را مدیون طراحی ایرفویل‌های مدرن آرام دانست، زیرا مخروط‌های ناقص دوار می‌توانند برای مدل‌سازی دهانه مرکزی روتور فن موتور هواپیما استفاده شوند. در این زمینه، کارهای تجربی انجام گرفته [12-15] رفتار طبیعی گردابه‌های دوار را در مخروط‌های ناقص در انواع حالات مطالعه کرده‌اند، به طوری که نتایج حاصل با تغییرات زاویه رأس مخروط در اعداد اشمیت بالا متناسب با روابط به دست آمده برای مخروط بودند.

تیلور [1] (1923) پیشگام مطالعه جریان دوار است. جریان سیال مابین دو استوانه هم‌محور، که در آن استوانه داخلی دوار و استوانه خارجی ساکن است، جریان تیلور-کوئ (TCF) نامیده می‌شود که موضوع تحقیقات گسترده‌ای در مورد ساختار جریان حلقوی در چنین هندسه‌هایی است. استفاده از نتایج تحقیقات بر جریان حاصل در چنین هندسه‌هایی، موارد استفاده و کاربردهای سودمندی در مهندسی مکانیک و شیمی دارد؛ برای نمونه، کاتاواکا [2] به مطالعه جنبه‌های بی‌ثباتی واکنش‌های شیمیایی و غیر شیمیایی با وجود دوران پرداخته و تأثیر مثبت دوران در واکنش‌ها را اثبات کرده است.

به علت تنوع مطالعه پیکربندی‌های جریان و به‌ویژه گذر از حالت آرام به آشفتگی، سیستم (TCF) در چنین هندسه‌هایی به طور گسترده مورد توجه قرار می‌گیرد.

در خصوص جریان TCF، فرآیندهای مخلوط‌شونده به طور گسترده مورد بررسی قرار گرفته‌اند. کاتاواکا و تاکی‌گاوا [3] یک جفت گردابه تیلور (TVS) به عنوان واحد مخلوط ایده‌آل در نظر گرفتند و مشاهده کردند ذرات در اندازه‌های یکسان در فضای مابین دو استوانه جریان یافته‌اند. TVS همچنین می‌تواند در هندسه‌هایی شبیه به استوانه‌های دوار، مانند هندسه‌های مخروطی پدیدار شود با این تفاوت که در مخروط‌های دوار، تغییرات عدد رینولدز شعاعی در امتداد محور دوران نیز وجود دارد که این خود یک مزیت به شمار می‌آید.

جریان تیلور کوئ² در مخروط، که به آن (CTCF) گفته می‌شود تاکنون به طور عددی و تجربی مورد مطالعه قرار گرفته است. یامادا و ایتو [4-6] با مطالعه‌ای تجربی، تأثیر زاویه رأس مخروط و زبری سطح را بر ضریب اصطکاک بررسی کردند و نشان دادند با افزایش زبری سطح، انرژی مکانیکی کاهش یافته و از این روی، گسترش جریان سیال در امتداد شعاع بیشتر از امتداد محوری می‌باشد که این خاصیت با کاهش زاویه رأس مخروط کاهش می‌یابد. وی میر [7] به طور تجربی تشکیل گردابه‌های تیلور را با آرایش متفاوت گپ³ بررسی کرد و توضیح داد که در جریان اصلی، TVS‌ها ابتدا در شعاع‌های کوچک تشکیل شده، و در ادامه، در نتیجه شرایط ناپایدار، جریان‌های ناپایا به

1. Taylor
2. Taylor-Couette flow

3. فضای مابین دو هندسه دوار محوری، فاصله

به روش همانندی و تجانس نام گرفت. برخلاف روش‌های آشفتگی³ و نآشفتگی، در این روش، برای معادلات غیر خطی، با پارامترهای جدانشدنی، حل تحلیلی معتبری به صورت یکنواخت ارائه شده است. لیو و کامپو [25-27] روش حل تحلیلی معادلهٔ بلازیوس را به طور موفقیت‌آمیزی اعمال کردند و با بسط تئوری مسئله همانندی و تجانس را با تئوری آشفتگی آمیختند. هی [28-31] با ارائهٔ ابزار قدرتمند ریاضی، که روش تجانس-آشفتگی نام گرفت، توانست برخی روابط غیر خطی را حل کند.

کاربرد دیگر این‌گونه سیستم‌ها در زمینه‌های گرمایش و سرمایش است. در این‌گونه سیستم‌ها با اختلاف دمای سیال در مکان‌های متفاوت، انتقال حرارت آزاد و در نتیجه اعمال برخی نیروهای خارجی، انتقال حرارت اجباری به وجود می‌آید. از ترکیب هر دوی این پدیده‌ها انتقال حرارت مختلط (آمیخته) تشکیل می‌شود. پدیده انتقال حرارت آمیخته در بسیاری از مسایل صنعتی و اجرایی تخصصی مانند تجهیزات الکتریکی خنک شونده توسط فن‌ها، رآکتورهای هسته‌ای، مبدل‌های حرارتی، گیرنده‌های انرژی خورشیدی و... به کار می‌رود.

از جمله کسانی که به مطالعه چنین سیستم‌هایی پرداخته‌اند می‌توان، هرینگ و گروش را [32] نام برد که با ارائه حل‌های مشابه متعدد برای مخروط‌ها، تعیین کردند دمای دیوار، تابع توانی فاصله از زاویه رأس در طول محور است. تحقیقات بیشتری از این مسئله برای عدد پرانتل کوچک توسط هرینگ [33] اسپارو، گاینل [34] و روی [35] انجام شده و گسترش لایه مرزی حرارتی و لایه مرزی سرعت در انواع حالات مطالعه شده است. بعداً، هاسن و ماجومدار [36] تحقیقی بر جریان انتقال حرارت آمیخته در طول مخروط عمود انجام دادند و تأثیر توأم خواص شناوری و گرما را مطالعه کردند و با روش شبیه‌سازی محلی، روابط بی‌بعد انتقال حرارت را حل نمودند. سپس، کوماری و همکاران [37] مطالعه‌ای بر روی جریان انتقال حرارت آمیخته پایا در طول مخروط هم‌دما و عمود انجام دادند و با روش المان محدود مناسب، روابط مربوط به لایه‌های مرزی را حل نمودند.

روی و آنیل کومار [38] با روش مشابه جریان ناپایای انتقال حرارت در سطح مخروط دوار و با سیال لزج دوار و در شرایطی را که جریان آزاد سرعت زاویه‌ای مخروط به طور دلخواه نسبت به زمان

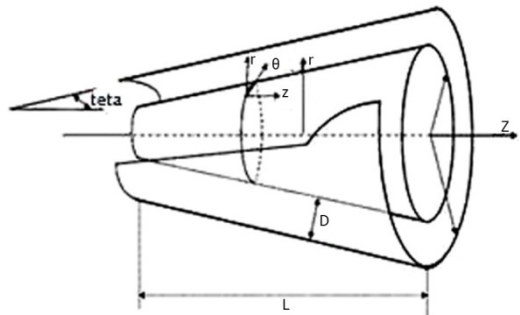
همچنین مشاهده شد با افزایش زاویهٔ رأس، عدد رینولدز بحرانی و عدد رینولدزی که در هنگام گذر از جریان آرام به آشفتگی به دست می‌آید، افزایش می‌یابد. گاررت و پی یک [16] نیز به مطالعهٔ جریان گذرا به آشفتگی در نتیجهٔ مکانیزم ناپایداری، در این‌گونه هندسه‌ها پرداختند و مشاهده کردند که برای زاویهٔ رأس بزرگ‌تر از 50 درجه، نتایج با آزمایشات تجربی هم‌خوانی دارند، ولی برای زاویهٔ رأس کوچک‌تر از 50 درجه، مکانیزم دیگری ممکن است عامل گذر از جریان آرام به آشفتگی در مخروط باشد.

دیسک صلب و جریان دوار اطراف آن، پروفایلی مخروطی شکل، با زاویهٔ رأس عمود به وجود می‌آورد. کارمن [17] از جمله اولین کسانی بود که معادلات حاکم ناویر-استوکس¹ را برای جریان سیال نیوتنی گذرنده از دیسک دوار، به شکل ساده شده‌ای بیان کرد. او همچنین یک حل تقریبی برای مسئله به دست آورد. در ادامه، کوچران [18] با گسترش شرایط دو بعدی، ابتدا در نزدیکی دیسک و سپس در فاصله‌ای دورتر از دیسک و سرانجام با ترکیب دو حالت به دست آمده، حل‌های مناسب بسیاری برای مسئلهٔ مشابه به دست آورد، که در ادامه، تحقیقات [19-21] نیز در این مورد انجام گرفتند و نشان دادند با حل معادلات دیفرانسیل معمولی ون-کارمن² در روی یک دیسک با شعاع نامحدود و با در نظر گرفتن پارامتر مکش $a = \sqrt{\nu \cdot \omega}$ ، به این نتیجه رسیدند که با افزایش a جریان در امتداد شعاع دیسک به شدت کاهش می‌یابد، همچنین با حل معادلات فوق برای دیسک با محیط متخلخل به این نتیجه رسیدند که در اثر یک جریان دمندهٔ قوی بر روی سطح دیسک، اغلب جریان به طور عمود بر دیسک از آن عبور می‌کند، به طوری که نتایج حاصل، تطابق قابل قبولی با حل‌های عددی معادلات حاکم دارند. آکروید [22] شاید اولین کسی بود که پی برد در مسئلهٔ کوچران، در فاصله‌ای دورتر از دیسک، پدیدهٔ انبساط (گسترش) جریان رخ می‌دهد. برای درک بهتر می‌توان به مرجع [23] رجوع کرد که جریان چرخان در بالای دیسک ثابت را در حالت دو بعدی مطالعه کرده است.

جستجو و یافتن حل‌های دقیق معادلات دیفرانسیل معمولی غیر خطی، تأثیر به‌سزایی در نتایج تحقیقات فنی دارد. لائو [24] روش تحلیلی جدیدی برای حل معادلات غیر خطی مراتب بالا پیشنهاد کرد که

1. Navier-Stokes
2. Von Karman

مسئله و محورهای مختصات (r, θ, z) در شکل (1) نشان داده شده است.



شکل (1): مدل فیزیکی و محورهای مختصات

در طول شبیه‌سازی مسئله هندسه هیچ‌گونه تغییری نکرده است.

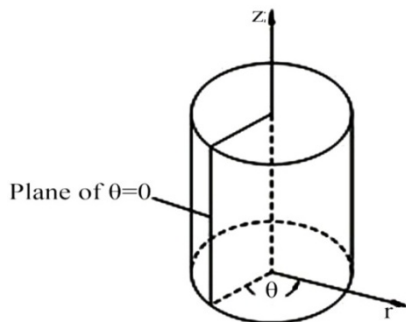
3. معادلات حاکم

معادلات حاکم بر مسئله در سه بعد در دستگاه مختصات نشان داده شده، در شکل (1) که مبدأ مختصات مراکز سطح مقطع دو مخروط هم‌مرکز در ورودی جریان است، تحت شرایط پایا حل شده‌اند.

با توجه به شرایط حاکم بر مسئله، نوع جریان ایجاد شده فقط در مرحله اول شبیه‌سازی یعنی عدد رینولدز محوری 30 و عدد رینولدز دورانی صفر آرام بوده و در بقیه مراحل، شبیه‌سازی جریان آشفته است. لازم است یادآوری شود که در همه مراحل شبیه‌سازی، عدد ماخ کوچک‌تر از 0/8 بوده و در نتیجه جریان غیر قابل تراکم است.

1.3. معادلات حاکم برای جریان آرام غیر قابل تراکم

در این حالت معادلات حاکم، شامل معادلات پیوستگی و ناویر-استوکس و انرژی می‌باشند که در اغلب کتاب‌های مربوط به مباحث سیالات و حرارت موجودند، لذا از بیان آن‌ها در این بخش صرف‌نظر می‌شود. فقط بیان شدنی است که همان‌طور که در شکل (2) دیده می‌شود، تمامی معادلات حاکم در این مسئله در مختصات استوانه‌ای حل شده‌اند.



شکل (2): ساختار سیستم مختصات استوانه‌ای

به کار رفته در تحلیل معادلات

تغییر می‌کند، حل کردند. در بسیاری از مسائل عملی، جریان ناپایا نیز وجود دارد، پس تغییرات آبی غیر قابل پیش‌بینی در سرعت بدنه یا سرعت جریان آزاد، به علت تغییرات سرعت زاویه‌ای بدنه چرخان با زمان، به وجود می‌آید. جریان و توسعه انتقال حرارت در لایه مرزی در نتیجه تحریک بدون اراده دوران و انتقال نامتقارن آن در بدنه توسط ایس [39] مورد توجه قرار گرفته است.

برای به دست آوردن حل در مقادیر کوچک زمان، کوماری [40] مطالعه‌ای بر جریان انتقال حرارت از یک سطح مقطع سه گوش تحت تأثیر میدان مغناطیسی بر سرعت جریان آزاد غیر ارادی و تغییرات ناگهانی دمای دیواره انجام داد. معادلات حاکم بر لایه مرزی به طور عددی با روش المان محدود ضمنی حل شدند، به طوری که حل‌ها برای تمامی زمان‌ها اعتبار دارد. سشادری و همکاران [41] با مطالعه‌ای بر جریان انتقال حرارت ناپایا در جریان سکون مجاور سطح عمود، نشان دادند که عدم پایداری باعث تغییرات غیر ارادی و ناگهانی سرعت جریان آزاد شده که در نتیجه آن، دیواره دمایی افزایش می‌یابد.

اغلب کارهای انجام‌شده در مورد جریان تیلور-کوئرت در هندسه‌های استوانه‌ای انجام شده و کارهای اندکی نیز در هندسه‌های مخروطی صورت گرفته است، ولی تاکنون تحلیل حرارتی در فضای مابین مخروط‌های دوار انجام نگرفته است. اغلب مخروطی در حمامی از سیال قرار گرفته و با دوران آن، خصوصیات گرمایی در مجموعه مطالعه شده است. پس مطالب فوق، نشان‌دهنده این واقعیت است که اغلب مطالعات انجام‌شده در هندسه‌های مخروطی در سطح خارجی آن‌ها انجام شده است. در این مقاله، تحقیقی بر جریان انتقال حرارت سیال در فضای مابین دو مخروط ناقص پرداخته شده، سپس نتایج با انتقال حرارت با هندسه‌های استوانه‌ای مقایسه و در نهایت، خصوصیات انتقال حرارت با اعمال شرایط متفاوت جریان در فضای مابین مخروط ناقص دوار، به دست آمده است.

2. مدل فیزیکی

دو مخروط هم‌محور افقی با طول 164 میلی‌متر که شعاع مخروط داخلی و خارجی به ترتیب، در سطح مقطع کوچک‌تر (ورودی جریان) برابر 120 و 134 میلی‌متر و در نتیجه فضای مابین دو مخروط جهت عبور جریان (گپ) 7 میلی‌متر و زاویه رأس 6 درجه در نظر گرفته شده است. هندسه

معمولاً برای تحلیل جریان‌های دوار از محورهای مختصات استوانه‌ای استفاده می‌شود، به طوری که انتقال از محورهای مختصات کارترین به استوانه‌ای از روابط (1) به دست می‌آید.

$$x = r \cos \theta, y = r \sin \theta, z = z \quad (1)$$

$$C_1 = \max \left[0.43, \frac{\eta}{\eta + s} \right], \eta = S \frac{k}{\varepsilon} \quad (8)$$

در این روابط، G_k نماینده تولید انرژی جنبشی آشفته در نتیجه تغییرات سرعت متوسط است. C_2, C_1 ضرایب ثابت می‌باشند.

این مدل آشفته برای محدوده وسیعی از جریان‌ها به کار می‌رود که از جمله آن‌ها می‌توان جریان‌های دوار، آزاد، جت و لایه‌های مخلوط شونده، جریان لایه مرزی و جریان‌های جدا شونده را نام برد. در تمامی این موارد، عملکرد این مدل اساساً بهتر از مدل آشفته $k-\varepsilon$ می‌باشد.

در ضمن لزجت آشفته از رابطه (9) به دست می‌آید.

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (9)$$

می‌توان دید C_m تابعی از کرنش نسبی، نسبت دوران، سرعت زاویه‌ای سیستم دوار و میدان آشفته، k و ε می‌باشد. ضرایب ثابت مدل $C_2, \sigma_k, \sigma_\varepsilon$ برای حالتی که بهترین تطابق بین جواب‌های عددی با نتایج تجربی به وجود بیاید، به دست آمده‌اند که عبارت‌اند از:

$$C_{1\varepsilon} = 1.44, C_2 = 1.9, \sigma_k = 1.0, \sigma_\varepsilon = 1.2$$

سایر روابط مورد استفاده در این مقاله عبارت‌اند از عدد رینولدز دورانی، عدد ناسلت^۲ محلی شعاعی و متوسط که به ترتیب، به صورت روابط (10 و 11 و 12) تعریف شده‌اند:

$$Re_\theta = \frac{\rho(R_i \omega)(R_o - R_i)}{\mu} \quad (10)$$

$$Nu = \frac{Q(R_o - R_i)}{(T_w - T_b)k} \quad (11)$$

$$\overline{Nu} = \frac{\sum (Nu \Delta x)_i}{L} \quad (12)$$

4. شرایط مرزی و روش حل معادلات حاکم

طرح کلی مخروط‌های افقی با شرایط مرزی مربوط در شکل (3) نشان داده شده است.

2.3. معادلات حاکم بر جریان آشفته

مدل‌سازی ریاضی جریان غیرقابل تراکم آشفته در این مدل توسط معادلات بقای جرم، مومنتوم و انرژی به شکل تانسوری^۱ در روابط (2) و (3 و 4) بیان شده است.

$$\rho \frac{\partial}{\partial x_j} u_j = 0 \quad (2)$$

$$\rho \frac{\partial}{\partial x_j} (u_i u_j) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] + \rho \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\overline{-u_i u_j} \right) \quad (3)$$

$$\rho \frac{\partial}{\partial x_j} \left[u_i \left(h + \frac{1}{2} (u_i u_j) \right) \right] = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[k_{eff} \frac{\partial T}{\partial x_j} + u_i (\tau_{ij})_{eff} \right] \quad (4)$$

$$k_{eff} = K + C_p \frac{\mu_t}{r_i} \quad (5)$$

برای حل مدل آشفته از مدل‌های آشفته مختلف موجود، مانند مدل آشفته $k-\varepsilon$ و سایر مدل‌های آشفته پیشرفته نظیر معادلات تنش رینولدز استفاده شد، ولی این مدل‌ها نتوانستند شرایط حاکم بر مسئله را به خوبی شبیه‌سازی کنند. در نهایت از مدل آشفته $k-\varepsilon$ and Realizable استفاده و دیده شد که نتایج حاصل از این مدل، تطابق خوبی با نتایج تجربی دارد؛ بنابراین این مدل آشفته در کلیه مراحل شبیه‌سازی مسئله برای حل معادلات حاکم بر مسئله استفاده شده است. از این رو می‌توان معادلات آشفته $k-\varepsilon$ and Realizable را به صورت رابطه (6) نوشت.

$$\rho \frac{\partial}{\partial t} k + \rho \frac{\partial}{\partial x_i} (k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k + G_b - \rho \varepsilon - Y_M + S_k \quad (6)$$

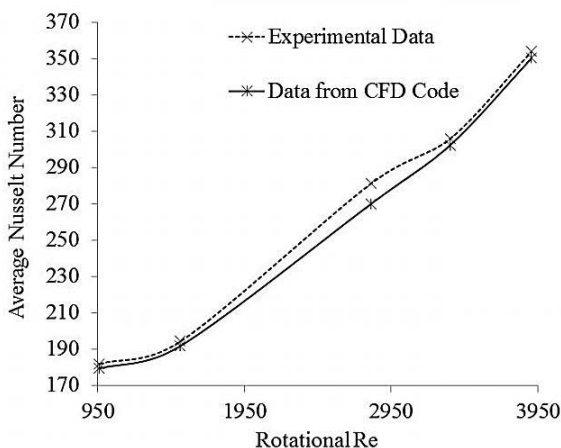
$$\rho \frac{\partial}{\partial t} \varepsilon + \rho \frac{\partial}{\partial x_j} (\varepsilon u_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + \rho C_1 S_\varepsilon - \rho C_2 \frac{\varepsilon^2}{k + \sqrt{u \varepsilon}} + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} C_{3\varepsilon} G_b + S_\varepsilon \quad (7)$$

است، لذا از داده‌های تجربی هندسه‌های استوانه‌ای برای ارزش‌دهی فرآیند حل استفاده شده است. در این مرحله، برای ارزش‌دهی حل دو عدد استوانه‌ای هم‌محور مطابق با کار تجربی جنگ و همکاران [42] شبیه‌سازی شده و نتایج حاصل در گپ مربوط استخراج شده است. برای شبکه‌بندی مدل‌ها از بخش شبکه‌بندی نرم‌افزار انسیس 12² استفاده شده است.

در این بخش، عبارتی به نام کثیرالاضلاع نامنظم³ وجود دارد که پارامتری ما بین صفر و یک است. هر اندازه این عدد به صفر نزدیک‌تر باشد، شبکه‌بندی قابل قبول‌تر و هر اندازه به یک نزدیک‌تر باشد، شبکه‌بندی غیر قابل قبول است. به عبارت دیگر، اگر این پارامتر به یک نزدیک‌تر باشد، استقلال شبکه به وجود می‌آید که برای شبکه‌بندی هندسه مخروطی بهترین استقلال شبکه در پارامتر 0/55 به دست آمد، هر گونه تغییر در شبکه‌بندی این پارامتر را افزایش می‌داد یعنی باعث می‌شد استقلال شبکه از بین برود.

میدان محاسباتی، خواص فیزیکی حرارتی مواد و شرایط مرزی در برنامه حاصل به طور کامل با شرایط موجود در کار تجربی جنگ و همکاران مطابقت دارد.

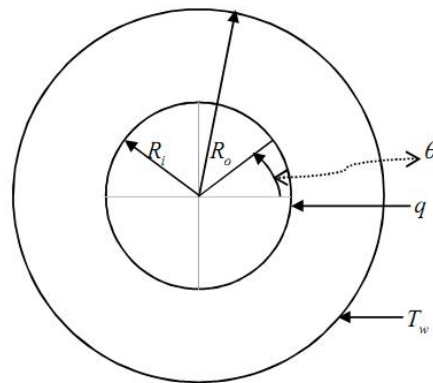
مقایسه هم‌ارز انتقال حرارت با برنامه عددی مربوط و داده‌های تجربی، به صورت نموداری از تغییرات عدد ناسلت نسبت به عدد رینولدز محوری در شرایطی که استوانه داخلی ساکن است، انجام شده است، که در شکل (4) دیده می‌شود.



شکل (4): مقایسه نتایج حل عددی با کار تجربی

با توجه به دماسنج‌هایی که در کار تجربی استفاده شده است، انتظار می‌رود جریان در کار تجربی نسبت به کار عددی آشفته‌تر باشد، و

2. Ansys 12
3. Skewness



شکل (3): ورودی جریان و شرایط مرزی مخروط‌های دوار

دیواره خارجی مخروط دوار پادساعت‌گرد داخلی، تحت شار حرارتی ثابت (q) و دیواره خارجی مخروط ساکن خارجی، در دمای محیط (T_w) می‌باشند. سیال نیوتنی عامل هوا، با شرایط دما و فشار ورودی محیط است. در اینجا ذکر شدنی است که جنس هر دو مخروط از آلایز آلومینیوم است.

در هر مرحله از فرآیند، شبیه‌سازی هوا با سرعت ثابت (عدد رینولدز محوری ثابت) وارد فضای گپ می‌شود و برای هر عدد رینولدز محوری ثابت، مخروط داخلی با چندین سرعت زاویه‌ای ثابت (عدد رینولدز دورانی) دوران می‌کند تا انتقال حرارت به صورت تابعی از عدد رینولدز محوری و دورانی به دست آید.

محدوده اعداد رینولدز محوری و دورانی به ترتیب برابر 30 تا 1230 تا 2922 می‌باشند.

روش عددی حل معادلات به گونه زیر است:

1. پایه فشار، ضمنی، سه‌بعدی، پایا و سرعت مطلق
2. همپا و حل کردن معادلات سرعت و فشار با استفاده از روش ساده
3. گسسته‌سازی معادلات حاکم به منظور حل CFD روابط به گونه زیر:

1. فشار: مرتبه دوم
2. تکانه: آپ‌ویند مرتبه دوم
3. انرژی جنبشی آشفته: آپ‌ویند مرتبه دوم
4. نرخ اتلاف آشفته: آپ‌ویند مرتبه دوم
5. انرژی: آپ‌ویند¹ مرتبه دوم

5. اعتبارسنجی

با توجه به جدید بودن موضوع این تحقیق و اینکه هیچ‌گونه کار تجربی مرتبط با شبیه‌سازی انجام شده در این مقاله تاکنون انجام نشده

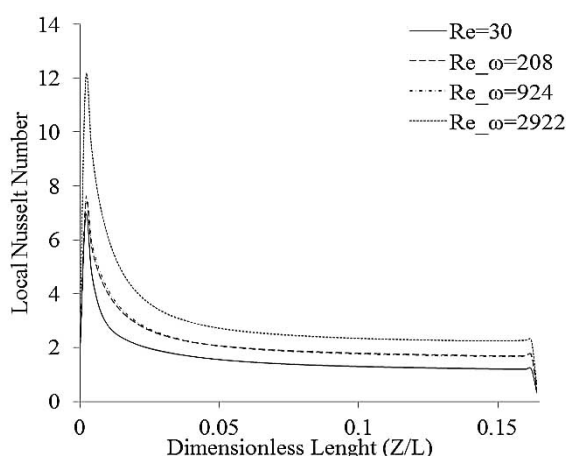
1. Upwind

ممکن می‌سازد و دمای هوای محیط نیز ثابت‌اند، با حرکت در طول محور استوانه انتقال گرما کاهش می‌یابد، البته چنین رفتاری در مورد هندسه مخروطی نیز صادق است، ولی با توجه به اینکه در هندسه مخروطی با حرکت در طول محور مخروط، سطح مقطعی که حرارت از آن به بیرون انتقال می‌یابد، بزرگ‌تر می‌شود و این خود باعث افزایش انتقال گرما در هندسه مخروطی می‌شود.

پس نه تنها از نقطه نظر راندمان حرارتی بلکه از نظر رفتار دینامیکی نیز کاربرد هندسه‌های مخروطی، مطلوب‌تر از هندسه‌های استوانه‌ای است.

2.6. تأثیر هدایت آمیخته بر انتقال حرارت

در هر مرحله از شبیه‌سازی، عدد رینولدز محوری ثابت است. با توجه به اینکه هر مرحله خود شامل چهار گام است که در هر گام، سرعت دوران مخروط داخلی یا به عبارت دیگر، عدد رینولدز دورانی تغییر می‌یابد. کل مراحل شبیه‌سازی شامل پنج مرحله با چهار گام است. در مرحله اول، عدد رینولدز محوری برابر 30 در نظر گرفته شده است، سپس در گام‌های موجود، اعداد رینولدز دورانی به ترتیب برابر 208، 924 و 2922 در نظر گرفته شده است. دیده می‌شود که رژیم جریان در حالتی که دوران در سیستم وجود ندارد، آرام است ولی پس از دوران مشاهده شد که جریان متلاطم می‌شود. نمودارهای مربوط به تغییرات عدد ناسلت شعاعی نسبت به طول بی‌بعد شده و محدوده دما در شکل‌های (6) و (7) نشان داده شده است.



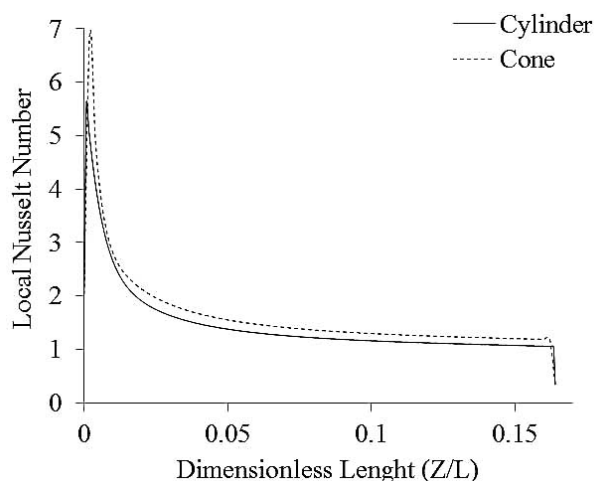
شکل (6): تغییرات عدد ناسلت محلی به عنوان تابعی از عدد رینولدز دورانی در عدد رینولدز محوری 30

چنان‌که در شکل دیده می‌شود، نمودار مربوط به کار تجربی بالای نمودار حاصل از کار عددی واقع شده است. با وجود این، نتایج حاصل از کار عددی، تطابق بسیار خوبی با نتایج حاصل از کار تجربی دارد، به طوری که بیشترین انحراف مابین دو نمودار در حدود سه درصد است.

6. نتایج و بحث

1.6. مقایسه انتقال گرما مابین هندسه مخروطی و استوانه‌ای

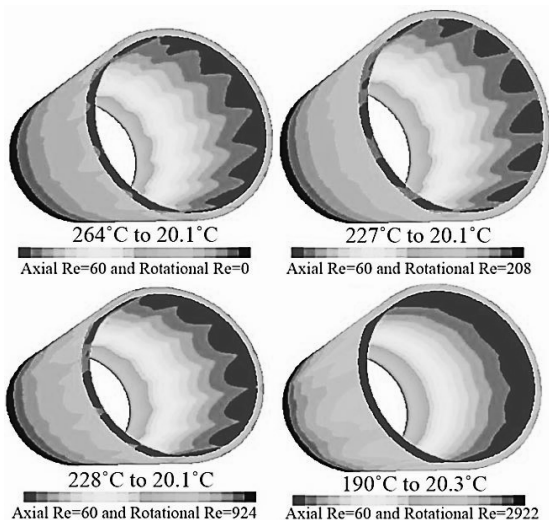
یکی از اهداف این کار، گذر از سیستم استوانه‌های دوار هم‌محور، به سیستم مخروط‌های ناقص دوار هم‌محور بود؛ برای این منظور نیز نیاز به بررسی انتقال گرما در مخروط و استوانه، برای مقایسه راندمان انتقال گرما در آن‌ها می‌باشد. در این کار، انتقال گرما در دو مخروط هم‌محور و دو استوانه هم‌محور، با شرایط هندسی و فیزیکی شبیه به هم و عدد رینولدز محوری 30 شبیه‌سازی شده و نتیجه در شکل (5) نشان داده شده است.



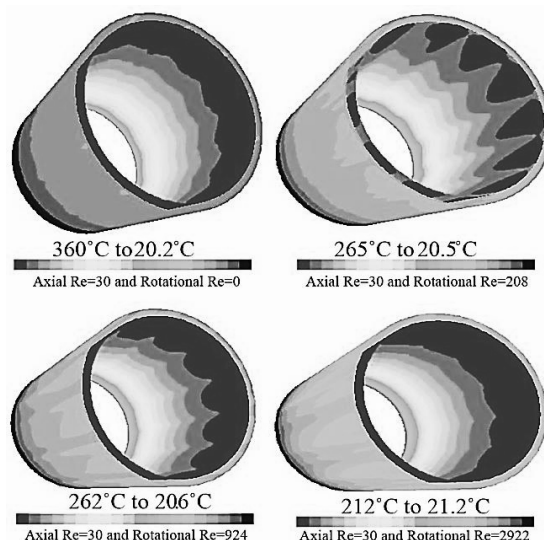
شکل (5): انتقال گرما در هندسه مخروطی و استوانه‌ای

نمودار بالا کاملاً نشان می‌دهد که تحت شرایط فیزیکی یکسان، تغییرات عدد ناسلت محلی، برای هندسه مخروطی، بیشتر از هندسه استوانه‌ای است، به طوری که این تغییر، در اعداد رینولدز بالاتر که جریان آشفته می‌شود، بیشتر خواهد بود.

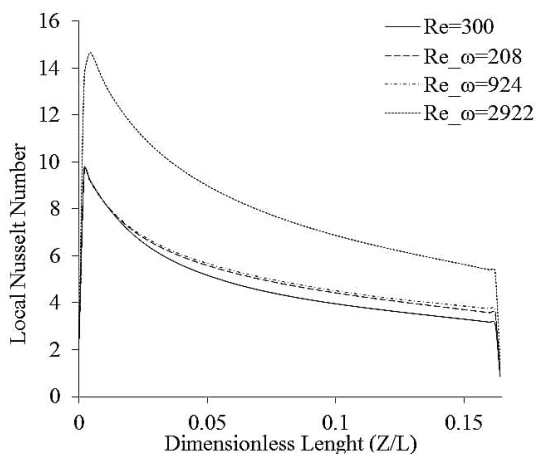
پس می‌توان نتیجه گرفت تحت شرایط یکسان، راندمان حرارتی هندسه مخروطی بیشتر از استوانه‌ای است، به طوری که این نتیجه دور از انتظار نیست، زیرا در هندسه استوانه‌ای با حرکت در امتداد محور استوانه شار حرارتی اعمال شده به سیال در واحد طول استوانه ثابت است، یعنی با حرکت در طول محور استوانه، مقدار انرژی حرارتی ذخیره شده در سیال افزایش می‌یابد، ولی با توجه به اینکه سطح مقطع استوانه خارجی به عنوان سطحی که انتقال گرما به محیط بیرون را



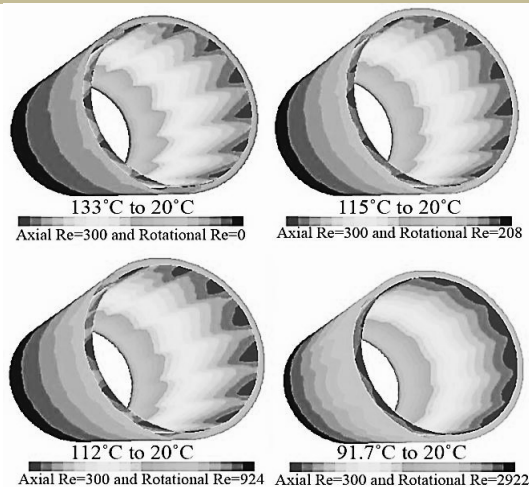
شکل (9): محدوده دما برای مدل مخروطی با عدد رینولدز محوری 60 و اعداد رینولدز دورانی 0 تا 2922



شکل (7): محدوده دما برای مدل مخروطی با عدد رینولدز محوری 30 و اعداد رینولدز دورانی 0 تا 2922

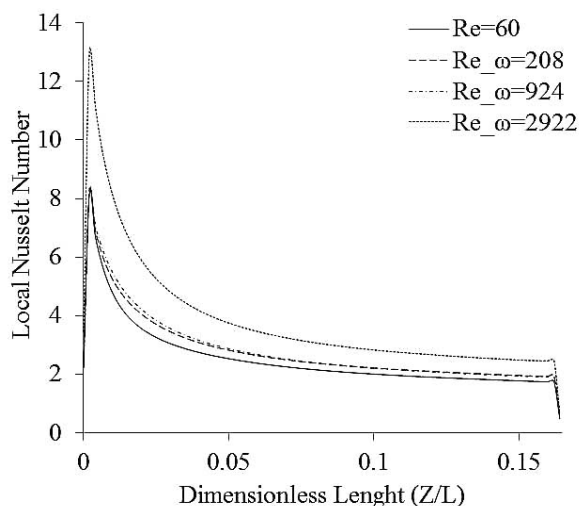


شکل (10): تغییرات عدد ناسلت محلی به عنوان تابعی از عدد رینولدز دورانی در عدد رینولدز محوری 300

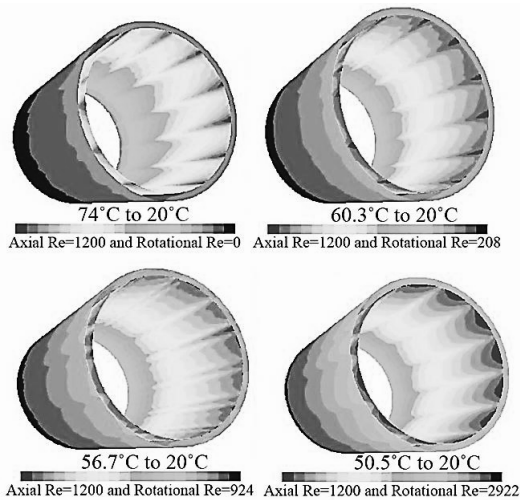


شکل (11): محدوده دما برای مدل مخروطی با عدد رینولدز محوری 300 و اعداد رینولدز دورانی 0 تا 2922

همان‌طور که از شکل پیداست، با افزایش سرعت زاویه‌ای مخروط دوار، عدد ناسلت نیز افزایش می‌یابد. به عبارت دیگر، عدد ناسلت نسبت مستقیم با سرعت زاویه‌ای روتور دارد. در مراحل بعدی، شبیه‌سازی به ترتیب با اعداد رینولدز محوری 60، 300، 600 و 1200 نمودارهای حاصل تقریباً شبیه به هم‌اند با این تفاوت که شدت تغییرات عدد ناسلت، در امتداد محور طولی بیشتر است. این نتایج در شکل‌های (8 تا 15) نشان داده شده‌اند.



شکل (8): تغییرات عدد ناسلت محلی به عنوان تابعی از عدد رینولدز دورانی در عدد رینولدز محوری 60

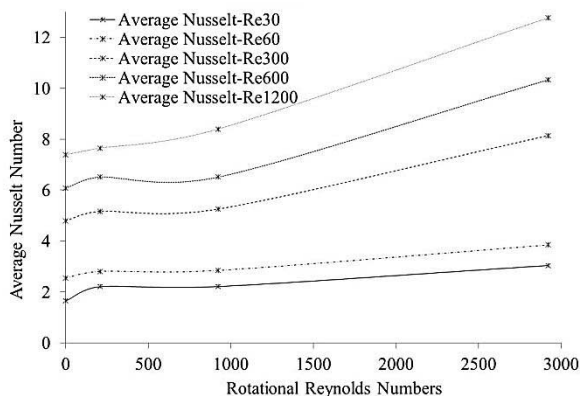


شکل (15): محدوده دما برای مدل مخروطی با عدد رینولدز محوری 1200 و اعداد رینولدز دورانی 0 تا 2922

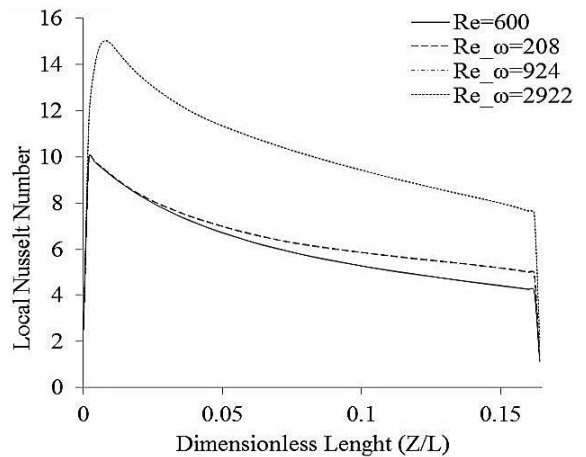
نمودارهای حاصل نشان می‌دهند که تغییرات عدد ناسلت نسبت به عدد رینولدز دورانی، کم است ولی با افزایش عدد رینولدز محوری، شیب نمودارهای حاصل از مقدار منفی به سمت صفر میل می‌کنند. به عبارت دیگر، انتقال حرارت در امتداد محور (از سمت ورودی جریان به سمت خروجی جریان) اولاً یکنواخت شده، ثانیاً افزایش می‌یابد، به طوری که در اعداد رینولدز محوری بالا می‌توان مرز بین نواحی مختلف پروفیل‌های دمایی را به صورت مطمئن‌تری تعیین کرد.

3.6. تأثیر دوران بر انتقال حرارت

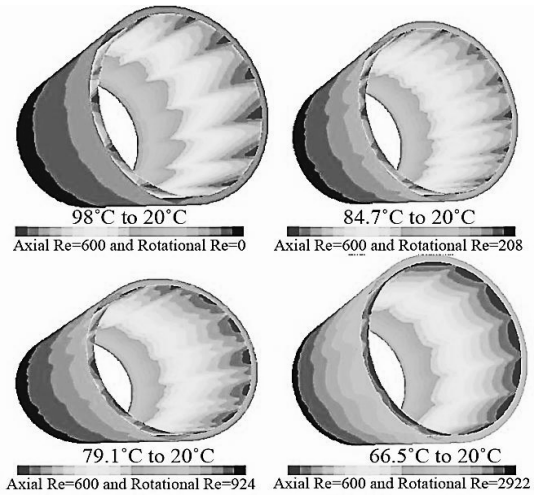
در این کار با استفاده از رابطه (12)، عدد ناسلت متوسط محاسبه شده، سپس رفتار پارامتر فوق نسبت به تغییرات اعداد رینولدز محوری و دورانی بررسی شده است.



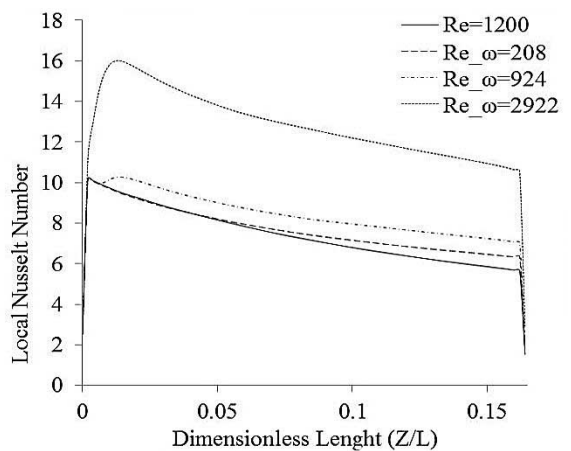
شکل (16): تغییرات عدد ناسلت متوسط در طول محور دوران نسبت به تغییرات اعداد رینولدز محوری و دورانی



شکل (12): تغییرات عدد ناسلت محلی به عنوان تابعی از عدد رینولدز دورانی در عدد رینولدز محوری 600



شکل (13): محدوده دما برای مدل مخروطی با عدد رینولدز محوری 600 و اعداد رینولدز دورانی 0 تا 2922



شکل (14): تغییرات عدد ناسلت محلی به عنوان تابعی از عدد رینولدز دورانی در عدد رینولدز محوری 1200

حرارت در سیستم فاحش نیست، پس سرعت زاویه‌ای حدی نسبت مستقیم با سرعت جریان ورودی دارد، لذا حداکثر عدد ناسلت محلی در طول دیوارهٔ مخروط دوار، در نتیجه سرعت زاویه‌ای، اصلاح می‌شود. از طرفی می‌توان دید در گپ ثابت، عدد ناسلت محلی در طول هر دو دیوارهٔ داخلی و خارجی مخروطها افزایش می‌یابد.

در نهایت می‌توان اظهار کرد، اعمال دوار در سیال حامل انرژی یا سیال مجاور انرژی (خارجی) منجر به افزایش راندمان انتقال حرارت در زمان کمتر می‌شود، از طرفی با اعمال تغییرات مناسب در هندسه و نوع سیال مورد استفاده در چنین سیستم‌هایی، راندمان حجمی انتقال حرارت، در فضا و زمان کمتری، به طور چشمگیری افزوده می‌شود. جریان دوار در کاربردهای مختلف صنعتی، مانند توربین‌های آب، گاز یا بخار، توربوفن‌ها در حمل و نقل هوایی، میکسر در صنعت شیمیایی یا مواد غذایی، نیروی محرکهٔ دریایی، ملخ هواپیما و آسیاب‌های بادی، و یا کمپرسورها و پمپ‌ها کاربرد دارد، لذا به نظر می‌رسد در حال حاضر، راهکار مناسبی برای بهره‌وری هر چه بهتر از انرژی در بخش‌هایی از صنعت باشد که تقریباً با مکانیزم‌های مشابه در حال حاضر استفاده می‌شوند.

همان‌طور که در شکل (16) دیده می‌شود، با افزایش عدد رینولدز محوری عدد ناسلت متوسط افزایش می‌یابد. از طرفی با افزایش عدد رینولدز دورانی، عدد ناسلت متوسط نیز افزایش می‌یابد، پس عدد ناسلت متوسط نسبت مستقیم با اعداد رینولدز دورانی و محوری و در نتیجه انتقال حرارت سیستم دارد، ولی افزایش سرعت زاویه‌ای سیستم در اعداد رینولدز محوری بالا تأثیر بیشتری بر روی افزایش انتقال حرارت در سیستم، نسبت به اعداد رینولدز محوری پایین دارد. از طرفی، شیب تغییرات نمودارها در اعداد رینولدز محوری بالا بیشتر از اعداد رینولدز محوری پایین تر از خود می‌باشند. پس می‌توان دید تأثیر افزایش سرعت زاویه‌ای مخروط داخلی بر انتقال حرارت در سیستم با افزایش سرعت جریان ورودی، افزایش می‌یابد. به عبارت دیگر، افزایش سرعت زاویه‌ای در سرعت‌های ورودی پایین، تأثیر چندانی بر انتقال حرارت در سیستم ندارد.

7. نتیجه‌گیری

مراحل مختلف شبیه‌سازی که هر کدام شامل چهار گام است، برای به دست آوردن خواص حرارتی در چنین هندسه‌ای انجام گردید و مشاهده شد که خواص حرارتی در امتداد دیوارهٔ مخروط داخلی بستگی مستقیم به سرعت هوای ورودی و سرعت زاویه‌ای مخروط دوار دارد. برای عدد رینولدز محوری ثابت با افزایش سرعت دورانی، انتقال حرارت افزایش می‌یابد، ولی از یک حد به بعد تغییرات انتقال

فهرست علائم

V_a	سرعت متوسط محوری $m.s^{-1}$	C_p	ظرفیت گرمایی فشار ثابت $J.kg^{-1}.C^{o-1}$
u	سرعت	L	طول هندسهٔ مطالعه شده در امتداد محور Z
x	محور	Nu	عدد ناسلت
P	فشار	D	ضخامت گپ (m)
h	ضریب انتقال حرارت هدایتی	Pr	عدد پرانتل
K, k	ضریب انتقال حرارت جابجایی	Q, q	شار حرارتی دیوار $W.m^{-2}$
r_i	شعاع مؤثر	R_i	شعاع مخروط داخلی (m)
t	زمان	R_o	شعاع مخروط خارجی (m)
G_k	انرژی جنبشی آشفته در نتیجه تغییرات سرعت متوسط	Re	عدد رینولدز محوری
G_b	تولید انرژی جنبشی آشفته در نتیجه شناوری	Re_w	عدد رینولدز دورانی
Y_M	سهم نوسان انبساط گرمایی در جریان آشفته قابل تراکم برای غلبه بر اتلاف گرمایی	T_b	دمای سیال (C^o)
S_k, S_e	جمله‌های منابع نیرو	T_w	دمای دیواره (C^o)
μ	لزجت دینامیک $Kg.m^{-1}.s^{-1}$	r	چگالی سیال $Kg.m^{-3}$
μ_t	لزجت آشفته $Kg.m^{-1}.s^{-1}$	ω	سرعت زاویه‌ای $rad.s^{-1}$
t	تنش برشی $N.m^{-2}$	e	ضریب پراکنندگی آشفته‌گی $m^2.s^{-3}$
i, j, k	امتداد تانسوری	s	تنش $N.m^{-2}$

- [1] Taylor, G.I., "Experiments on the motion of solid bodies in rotating fluids", Philosophical Transactions of the Royal Society A, Vol. 223, pp. 213-218, 1923.
- [2] Kataoka, K., "New Aspects of Instabilities and their Bifurcation in Transport Phenomena With/Without Chemical Reactions", Institution of Chemical Engineers Vol. 5, pp. 28-30, 1998.
- [3] Kataoka, K., Takigawa, T., "Intermixing Over the Cell Boundary between Taylor Vortices", Applied international chemical engineering Journal, Vol. 27, pp. 504-508, 1981.
- [4] Yamada, Y., Ito, M., "Frictional Resistance of Enclosed Rotating Cones: 1. Frictional Moment and Observation of Flow with a Smooth Surface", JSME Journal, Vol. 18, pp. 1026-1034, 1975.
- [5] Yamada, Y., Ito, M., "Frictional Resistance of Enclosed Rotating Cones: 2. Effects Of Surface-Roughness", JSME Journal, Vol. 19, pp. 943-950, 1976
- [6] Yamada, Y., Ito, M., "Frictional Resistance of Enclosed Rotating Cones With Superposed Through Flow", Fluids Engineering Journal, Vol. 101, pp. 259-264, 1979.
- [7] Wimmer, M., "An Experimental Investigation of Taylor Vortex Flow between Conical Cylinders", Fluid Mechanic Journal, Vol. 292, pp. 205-227, 1995.
- [8] Noui-Mehidi, Mn., Wimmer, M., "Free Surface Effects on the Flow between Conical Cylinders", Acta Mechanica Journal, Vol. 135, pp. 13-25, 1999.
- [9] Hoffmann, N. P., Busse, F. H., "Instabilities of Shear Flows Between Two Coaxial Differentially Rotating Cones", Physics of Fluids Journal, Vol. 11, pp. 1676-1678, 1999
- [10] Wimmer, M., "Taylor Vortices at Different Geometries", Physics of Rotating Fluids Journal, Vol. 549, pp. 194-212, 2000.
- [11] Noui-Mehidi, Mn., Ohmura, N., Ataoka K., "Numerical Computation of Apex Angle Effects on Taylor Vortices in Rotating Conical Cylinders Systems", J Chem Eng. Jpn, Vol. 35, pp. 22-31, 2002.
- [12] Kappesser, R., Grief, R., Cornet I., "Mass Transfer on Rotating Cones", Applied Scientific Research Journal, Vol. 28, pp. 442-452, 1973
- [13] Kobayashi, R., Izumi, H., "Boundary-Layer Transition on a Rotating Cone in Still Fluid ", Fluids Engineering Journal, Vol. 127, pp. 353-364, 1983.
- [14] Kobayashi, R., "Laminar-To-Turbulent Transition of Three-Dimensional Boundary Layers on Rotating Bodies", Trans. ASME, Vol. 116, pp. 200-211, 1994
- [15] Tein, C. L., Campbell, D. T., "Heat and Mass Transfer from Rotating Cones", Fluid Mechanics Journal, Vol. 17, pp. 105-112, 1963.
- [16] Garrett, S., Peak, N., "The Absolute Instability of the Boundary Layer on a Rotating Cone", European Journal of Mechanics B/Fluids, Vol. 26, pp. 344-353, 2007
- [17] Kármán, T. V., "Uber Laminare und Turbulente Reibung", Zeitschnnift fur angewantee Mathematik und Mechanik, Vol. 1, pp. 233-252, 1921.
- [18] Cochran, W. G., "The Flow Due To a Rotating Disk", Proc. Camb. Phil. Soc, Vol. 30, pp. 365-375, 1934.
- [19] Kuiken, H. K., "The Effect of Normal Blowing on the Flow near A Rotating Disk of Infinite Extent", Fluid Mechanic Journal, Vol. 47, pp. 789-798, 1971.
- [20] Sparrow, E. M., Gregg J. L., "Heat Transfer from a Rotating Disk of Fluids of Any Prandtl Number", Heat Transfer Jorna, Vol. 81, pp. 249-251, 1959.
- [21] Stuart, J. T., "On The Effects of Uniform Suction on the Steady Flow Due To a Rotating Disk", Mechanics and Applied Mathematics Journal, Vol. 7, pp. 446-457, 1954
- [22] Ackroyd, Jad., "On The Steady Flow Produced By a Rotating Disc with Either Surface Suction of Injection", Engineering Mathematics Journal, Vol. 12, pp. 207-220, 1978.
- [23] Dijkstra, D., Zandbergen, P. J., "Von Karman Swirling Flows", Fluid Mechanic Journal, Vol. 19, pp. 465-491, 1987.
- [24] Liao S. J., "The Proposed Homotopy Analysis Technique for the Solution of Nonlinear Problems, Ph.D. Thesis, Shanghai Jiao Tong University, 1992", pp.
- [25] Liao, S.J., Campo, A., "Analytic Solutions of the Temperature Distribution in Blasius Viscous Flow Problems", Fluid Mechanic Journal, Vol. 453, pp. 411-425, 2002.
- [26] Liao, S. J., "A Uniformly Valid Analytic Solution of 2d Viscous Flow past a Semi-Infinite Flat Plate", Fluid Mechanic Journal, Vol. 385, pp. 101-128, 1999.
- [27] Liao, S. J., "A Non-Iterative Numerical Approach for Two-Dimensional Viscous Flow Problems Governed By the Falkner-Skan Equation",

- International Journal For Numerical Methods In Fluids, Vol. 35, pp. 495-518, 2001.
- [28] He, J.H., "A Coupling Method of Homotopy Technique and Perturbation Technique for Nonlinear Problems", Non-Linear Mechanics Journal, Vol. 35, pp. 37-43, 2000.
- [29] He, J.H., "Modified Lindstedt Poincare Methods For Some Strongly Nonlinear Oscillations. Part I: Expansion of a Constant", International Journal of Non-Linear Mechanics, Vol. 37, pp. 309-314, 2002.
- [30] He, J.H., "Modified Lindstedt Poincare Methods For Some Strongly Nonlinear Oscillations. Part II: A New Transformation", International Journal of Non-Linear Mechanics, Vol. 37, pp. 315-320, 2002.
- [31] He, J.H., "Homotopy perturbation technique, Comput", Application Mechanical Engineering Journal, Vol. 178, pp. 257-262, 1999.
- [32] Hering, R. G., Grosh, R. J., "Laminar Free Convection from A Non-Isothermal Cone", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 5, pp. 1059-1068, 1962.
- [33] Hering, R. G., "Laminar Free Convection from a Non-Isothermal Cone At the Low Prandtl Numbers", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 8, pp. 1333-1337, 1965.
- [34] Sparrow, E. M., Guinle, L. D. F., "Deviations From Classical Free Convection Boundary Layer Theory At The Low Prandtl Number", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 11, pp. 1403-1406, 1968.
- [35] Roy, S., "Free Convection from a Vertical Cone at High Prandtl Number", Heat Transfer Journal, Vol. 96, pp. 115-117, 1974.
- [36] Hasan, H., Majumdar, A. S., "Double Diffusive Mixed Convection Flow along a Vertical Cone under the Combined Buoyancy Effect of Thermal and Species Diffusion", Int. J. Energy Res, Vol. 9, pp. 129, 1985.
- [37] Kumari, M., Pop, I., Nath, G., "Mixed Convection along a Vertical Cone", Int. Commun. Heat Mass Transfer, Vol. 16, pp. 99-106, 1984.
- [38] Roy, S., Anilkumar, D., "Unsteady Mixed Convection From a Rotating Cone in a Rotating Fluid Due to the Combined Effect of Thermal and Mass Diffusion", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 47, pp. 1673-1684, 2004.
- [39] Ece, M.C., "An Initial Boundary Layer Flow past a Translating And Spinning Rotational Symmetric Body", Engineering Mathematics Journal, Vol. 26, pp. 415-428, 1992.
- [40] Kumari, M., "Development of Flow and Heat Transfer on a Wedge with a Magnetic Field", Archives Of Mechanics, Vol. 49, pp. 977-990, 1977.
- [41] Seshadri, R., Sreeshylan, N., Nath, G., "Unsteady mixed convection flow in the stagnation region of a heated vertical plate due to an impulsive motion", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 45, pp. 1345-1352, 2002.
- [42] Jeng, T. M., Tzeng, S. C., Lin, C. H., "Heat Transfer Enhancement of Taylor-Couette-Poiseuille Flow in an Annulus by Mounting Longitudinal Ribs on the Rotating Inner Cylinder", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 50, pp. 381-390, 2007.