

جابجایی طبیعی نانوسیال آب - مس بین دو استوانه هم‌محور افقی با وجود شش پره شعاعی روی استوانه داخلی

قنبر علی شیخزاده^{*}، دانشیار، مریم اربابان^آ، کارشناس ارشد

^۱دانشکده مهندسی مکانیک - دانشگاه کاشان - کاشان - ایران

sheikhz@kashanu.ac.ir

^آدانشکده مهندسی مکانیک - دانشگاه کاشان - کاشان - ایران

m_arbaban@yahoo.com

ارسال مقاله: ۹۰/۵/۲۱ اصلاحیه: ۹۰/۱۱/۷

پذیرش مقاله: ۹۱/۱/۱۹

چکیده: جریان جابجایی آزاد آرام نانوسیال آب- مس بین دو استوانه هم‌محور افقی با پره‌های شعاعی روی استوانه داخلی به طور عددی مطالعه شده است. استوانه داخلی و خارجی به ترتیب در دمای T_i و T_o ($T_i > T_o$) قرار دارد. معادلات اساسی با شرایط مرزی معین با استفاده از روش حجم محدود حل شده‌اند. طرح پیوندی برای گسسته‌سازی جمله جابجایی و الگوریتم سیمپلر برای ارتباط میدان سرعت و فشار در معادلات مومنتوم استفاده شده‌اند. تاثیر افزایش طول پره‌ها، تغییر عدد رایلی و تغییر کسر حجمی نانوذرات بر میدان جریان و انتقال حرارت در حلقه بررسی شده است. نتایج نشان می‌دهد که با افزایش طول پره‌ها عدد ناسلت کاهش ولی نرخ انتقال حرارت افزایش می‌یابد. همچنین با افزایش کسر حجمی نانوذرات عدد ناسلت و نرخ انتقال حرارت افزایش می‌یابد.

واژه‌های کلیدی: پره شعاعی، حلقه هم‌محور، جابجایی آزاد، نانوسیال.

۱. مقدمه

مربعی و لوزی شکل با وجود شارحرارتی ثابت بر روی سطح داخلی و دمای ثابت بر روی سطح خارجی توسط شایجا و ناراسیمهام بررسی شده است [۸]. نتایج آن‌ها نشان داد که عدد ناسلت موضعی بر روی مرز داخلی به شدت وابسته به نسبت ضریب هدایت حرارتی سیال به سطح داخلی است. اثر وجود پره روی استوانه داخلی بر الگوی جریان، توزیع دما و عدد ناسلت در بین استوانه‌های هم‌مرکز افقی در جریان آرام، توسط چای و پاتنکار بررسی شده است [۹]. بر اساس نتایج آن‌ها، چیدمان پره‌ها تأثیر کمی بر عدد ناسلت دارد. پره‌ها جایجایی آزاد را کاهش می‌دهند، بنابراین با افزایش طول پره‌ها عدد ناسلت کاهش می‌یابد. همچنین اثر وجود پره‌های شعاعی و تعداد آن‌ها روی استوانه داخلی در جریان جایجایی آزاد مغشوش توسط رهنما و فرهادی بررسی شده است [۱۰]. نتایج مشخص می‌کند که پره‌ها باعث بلوکه شدن جریان می‌شود و نرخ انتقال حرارت با افزودن پره کاهش می‌یابد. ابونادا و همکاران به بررسی جایجایی آزاد آرام در حلقه‌های هم‌محور افقی با نانوسیال آب اکسید آلومینیوم پرداختند. بررسی‌های آن‌ها نشان داد که افزودن نانوذرات در مقادیر بالای عدد رایلی، موجب افزایش نرخ انتقال حرارت می‌شود [۱۱]. همچنین ابونادا به بررسی تأثیر ویسکوزیته و هدایت حرارتی نانوسیال آب - اکسید آلومینیوم با استفاده از مدل‌های مختلف، بر افزایش انتقال حرارت در جایجایی آزاد در حلقه هم‌محور پرداخته است [۱۲]. نتایج او نشان می‌دهد که با استفاده از مدل ویسکوزیته و هدایت حرارتی متغیر در اعداد رایلی بزرگ‌تر از 10^4 ، با افزودن نانوذرات، عدد ناسلت کاهش می‌یابد، اما با افزودن نانوذرات در عدد رایلی 10^3 ، عدد ناسلت افزایش می‌یابد.

تاکنون میدان جریان و انتقال حرارت در حلقه هم‌محور با وجود پره‌های شعاعی برای نانوسیال بررسی نشده است، لذا موضوع مزبور هدف این تحقیق می‌باشد. تفاوت تحقیق حاضر با مراجع قبلی [۱۱] و [۱۲]، تغییر هندسه جریان و استفاده از حلقه هم‌محور با پره‌های شعاعی است و در آن، تأثیر افزایش طول پره‌ها، تغییر عدد رایلی و تغییر کسر حجمی نانوذرات بر میدان جریان و انتقال حرارت در حلقه بررسی می‌شود.

۲. معادلات حاکم

هندسه مورد مطالعه، فضای حلقوی بین دو استوانه هم‌محور افقی با وجود پره‌های شعاعی روی استوانه داخلی پر شده با نانوسیال آب - مس می‌باشد. استوانه داخلی با شعاع r_i در دمای T_i

با توجه به مصرف فراوان انرژی در سیستم‌های حرارتی و لزوم بهینه‌سازی مصرف انرژی، بررسی انتقال حرارت به شیوه‌های مختلف مورد توجه بسیاری از محققان قرار گرفته است. از آنجا که سیالات متداول در صنایع نظیر آب، روغن و اتیلن گلیکول نسبت به اغلب جامدات، خواص حرارتی پایین‌تری دارند، همواره افزایش کارایی حرارتی سیالات مورد توجه بوده است. نسل جدیدی از مخلوط‌های جامد - مایع به نام نانوسیال توسط چوی پیشنهاد شد [۱]. محققان در زمینه انتقال حرارت جایجایی اجباری، افزایش نرخ انتقال حرارت در اثر افزودن نانوذرات را گزارش کرده‌اند [۲ و ۳]. بررسی تأثیر افزودن نانوذرات به سیال پایه در افزایش انتقال حرارت جایجایی آزاد، در دهه اخیر مورد توجه قرار گرفته است. از تحقیقات انجام شده در این زمینه می‌توان به بررسی جریان جایجایی آزاد نانوسیال آب - مس در یک محفظه دوعبده توسط خانافر و همکاران اشاره کرد [۴]. نتایج آن‌ها نشان داد که افزودن نانوذرات به سیال پایه موجب افزایش انتقال حرارت می‌شود. از سوی دیگر، انتقال حرارت جایجایی آزاد نانوسیال آب - مس و آب - اکسید آلومینیوم در محفظه استوانه‌ای توسط پوترا و همکاران مطالعه شده است [۵]. نتایج آن‌ها نشان می‌دهد که ضریب انتقال حرارت جایجایی طبیعی برای نانوسیال کمتر از مقدار آن برای سیال خالص می‌باشد. انتقال حرارت در بین دو استوانه هم‌محور افقی دارای کاربردهای متنوع مهندسی در مبدل‌های حرارتی، کلکتورهای خورشیدی و سیستم‌های سرمایش اجزای الکترونیکی است و در بسیاری از تحقیقات، به عنوان یک هندسه مدل از آن استفاده می‌شود. کنترل انتقال حرارت در این هندسه اهمیت زیادی دارد. اولین مطالعات تجربی در مورد انتقال حرارت دائمی و آرام در لوله‌های هم‌مرکز افقی توسط کوهن و گلدشتاین انجام شده است [۶]. در این بررسی، توزیع دما و ضریب انتقال حرارت موضعی به صورت تجربی به دست آمده و با نتایج عددی مقایسه، و مطابقت خوبی بین آن‌ها دیده شده است. جایجایی آزاد در حلقه افقی، با وجود شارحرارتی ثابت بر روی استوانه داخلی و ثابت بودن دمای استوانه خارجی به طور عددی توسط کومار بررسی شده است [۷]. نتایج او نشان داد که دمای دیواره داخلی به شدت وابسته به نسبت قطر است و نسبت دمای ماکزیمم به دمای متوسط با افزایش عدد رایلی افزایش می‌یابد، ولی با نسبت قطر رابطه معکوس دارد. انتقال حرارت جایجایی آزاد ترکیبی در حلقه افقی برای دو هندسه مختلف با سطح مقطع استوانه داخلی به صورت

در رابطه‌های مذکور، Pr (عدد پرانتل) و Ra (عدد رایلی) به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$Pr = \frac{\nu_f}{\alpha_f}, \quad Ra = \frac{g\beta_f \Delta T l^3}{\alpha_f \nu_f} \quad (۶)$$

معادله انرژی برای پره در حالت بدون بعد به صورت زیر است:

$$\frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial R^2} + q_{conv} = 0. \quad (۷)$$

خواص ترموفیزیکی نانوسیال برحسب خواص سیال پایه و نانوذرات به صورت زیر محاسبه می‌شوند [۵]:

$$\rho_{nf} = (1 - \phi)\rho_f + \phi\rho_p \quad (۸)$$

$$(\rho c_p)_{nf} = (1 - \phi)(\rho c_p)_f + \phi(\rho c_p)_p \quad (۹)$$

$$(\rho\beta)_{nf} = (1 - \phi)(\rho\beta)_f + \phi(\rho\beta)_p \quad (۱۰)$$

$$\mu_{nf} = \frac{\mu_f}{(1 - \phi)^{2.5}} \quad (۱۱)$$

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = \frac{k_p + 2k_f - 2(k_f - k_p)\phi}{k_p + 2k_f - (k_f - k_p)\phi} \quad (۱۲)$$

خواص ترموفیزیکی سیال پایه (آب) و نانوذرات (مس) در جدول (۱) آمده است.

با استفاده از پارامترهای بدون بعد، عدد ناسلت موضعی روی استوانه داخلی با رابطه زیر به دست می‌آید:

$$Nu_i = -\frac{2r_i}{l} \frac{k_{nf}}{k_f} \frac{\partial \bar{T}}{\partial R} \Big|_{R=0} \quad (۱۳)$$

عدد ناسلت متوسط روی استوانه داخلی، طبق رابطه زیر محاسبه می‌شود:

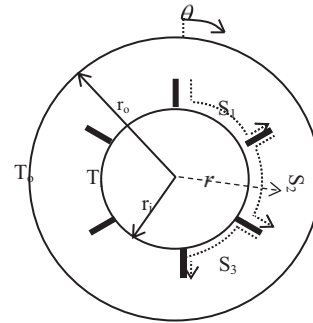
$$Nu_{i,avg} = \frac{1}{\pi} \int_{\theta=0}^{\theta=\pi} Nu_i d\theta \quad (۱۴)$$

جدول (۱): خواص ترموفیزیکی سیال پایه و نانوذرات در دمای ۳۰۰ K

خواص ترموفیزیکی	سیال پایه	نانوذره (مس)
ρ (J/kgK)	۹۹۷/۱	۸۹۳۳
C_p (kg/m ³)	۴۱۷۹	۳۸۵
$B \cdot 10^5$ (1/k)	۲۱	۱/۶۷
k (W/mK)	۰/۶۱۳	۴۰۱
μ (Ns/m ²) $\times 10^4$	۸/۵۵	-

عدد ناسلت موضعی و متوسط روی سطوح پره‌ها به ترتیب عبارت‌اند از:

و استوانه خارجی با شعاع r_o در دمای T_o قرار دارد. پره‌های شعاعی نازک و با طول l_{fin} می‌باشند. شکل (۱) مختصات و میدان حل مسئله را نشان می‌دهد. نانوسیال به صورت غیر قابل تراکم و نیوتنی در نظر گرفته می‌شود. همچنین فرض می‌شود خواص ترموفیزیکی نانوسیال به جز دانسیته ثابت باشد و تغییرات دانسیته با تقریب بوزینسک در نظر گرفته می‌شود.



شکل (۱): هندسه و مختصات میدان حل مسئله

با در نظر گرفتن $l = r_o - r_i$ به عنوان طول مینا، کمیت‌های بدون بعد به صورت زیر در نظر گرفته می‌شوند:

$$R = \frac{r - r_i}{l}, \quad R^* = \frac{r}{l}, \quad V = \frac{\nu l}{\alpha_f}, \quad U = \frac{ul}{\alpha_f} \quad (۱)$$

$$L_{fin} = \frac{l_{fin}}{l}, \quad \bar{T} = \frac{T - T_o}{T_i - T_o}, \quad P = \frac{pl^2}{\rho_{nf} \alpha_f^2}$$

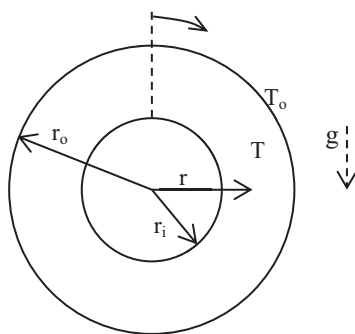
با اعمال پارامترهای بدون بعد معادلات پیوستگی، مومنتوم و انرژی به دست می‌آیند:

$$\frac{\partial(R^* V)}{R^* \partial R} + \frac{\partial U}{R^* \partial \theta} = 0 \quad (۲)$$

$$\frac{V \partial V}{\partial R} + \frac{U}{R^*} \frac{\partial V}{\partial \theta} - \frac{U^2}{R^*} = -\frac{\partial P}{\partial R} + \frac{\beta_{nf}}{\beta_f} Ra Pr \bar{T} \cos \theta + \frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf} \alpha_f} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial R^2} + \frac{\partial V}{R^* \partial R} + \frac{\partial^2 V}{R^{*2} \partial \theta^2} - \frac{2}{R^{*2}} \frac{\partial U}{\partial \theta} - \frac{V}{R^{*2}} \right) \quad (۳)$$

$$\frac{V \partial U}{\partial R} + \frac{U}{R^*} \frac{\partial U}{\partial \theta} + \frac{UV}{R^*} = \frac{-1}{R^*} \frac{\partial P}{\partial \theta} - \frac{\beta_{nf}}{\beta_f} Ra Pr \bar{T} \sin \theta + \frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf} \alpha_f} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial R^2} + \frac{\partial U}{R^* \partial R} + \frac{\partial^2 U}{R^{*2} \partial \theta^2} - \frac{2}{R^{*2}} \frac{\partial V}{\partial \theta} - \frac{U}{R^{*2}} \right) \quad (۴)$$

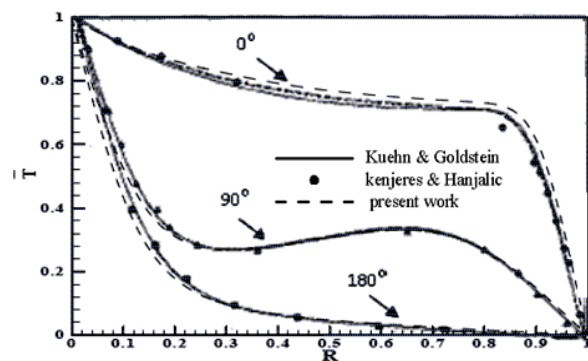
$$V \frac{\partial \bar{T}}{\partial R} + \frac{U}{R^*} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \theta} = \frac{\alpha_{nf}}{\alpha_f} \left(\frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial R^2} + \frac{1}{R^*} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 \bar{T}}{R^{*2} \partial \theta^2} \right) \quad (۵)$$



شکل (۲): هندسه حل برای معبرسازی

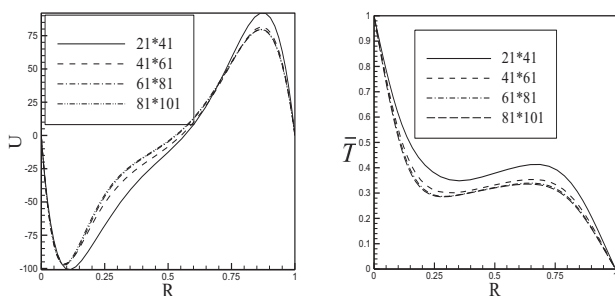
نتایج حاصل از کار حاضر برای تغییرات دما در جهت شعاع با نتایج [۶ و ۱۳] برای شرایط گفته شده در شکل (۳) مقایسه شده است. همان‌طور که دیده می‌شود، تطابق خوبی بین نتایج حاضر و نتایج قبلی وجود دارد.

برای تحلیل حساسیت نتایج عددی به شبکه انتخابی و به دست آوردن تعداد نقاط مناسب، شبکه‌های مختلف 21×41 ، 41×61 ، 61×81 و 81×101 مورد آزمایش قرار گرفته است. شکل (۴) تغییرات سرعت مماسی و دمای بدون بعد نانوسیال در $\theta = 90^\circ$ را برای شبکه‌های مختلف نشان می‌دهد. همان‌طور که دیده می‌شود از شبکه 61×81 به بعد، مقادیر سرعت و دما تقریباً ثابت می‌ماند؛ بنابراین شبکه بهینه 61×81 انتخاب شده است.



شکل (۳): تغییرات دما در راستای شعاع در زوایای 0° ، 90° و 180° درجه:

مقایسه کار حاضر با مراجع [۶ و ۱۳]



شکل (۴): تغییرات سرعت مماسی و دمای بدون بعد نانوسیال در زاویه 90° در راستای شعاعی با شبکه‌های مختلف

$$Nu_{fin} = -\frac{2r_i}{l} \frac{k_{eff}}{k_f} \frac{\partial \bar{T}}{R \partial \theta} \quad (15)$$

$$Nu_{fin,avg} = \frac{1}{L_{fin}} \int_0^{L_{fin}} Nu_{fin} dR \quad (16)$$

و k_{eff} عبارت است از:

$$k_{eff} = \frac{2k_{fin}k_{nf}}{k_{fin} + k_{nf}} \quad (17)$$

شرایط مرزی بدون بعد برای معادله‌های (۲ تا ۵) عبارت‌اند از:

$$\begin{aligned} U = V = 0 & \quad \text{روی سطح استوانه داخلی و خارجی} \\ \bar{T} = 1 & \quad \text{روی سطح استوانه داخلی} \\ \bar{T} = 0 & \quad \text{روی سطح استوانه خارجی} \\ U = V = 0 & \quad \text{روی سطوح پره‌ها} \end{aligned} \quad (18)$$

$$\frac{\partial U}{\partial \theta} = \frac{\partial \bar{T}}{\partial \theta} = 0 \quad \text{روی محور تقارن ناحیه حلقوی}$$

$$kr \frac{\partial \bar{T}}{\partial R} \Big|_{fin} = \frac{k_{nf}}{k_f} \frac{\partial \bar{T}}{\partial R} \Big|_{nf} \quad \text{روی نوک پره‌ها}$$

۳. روش عددی

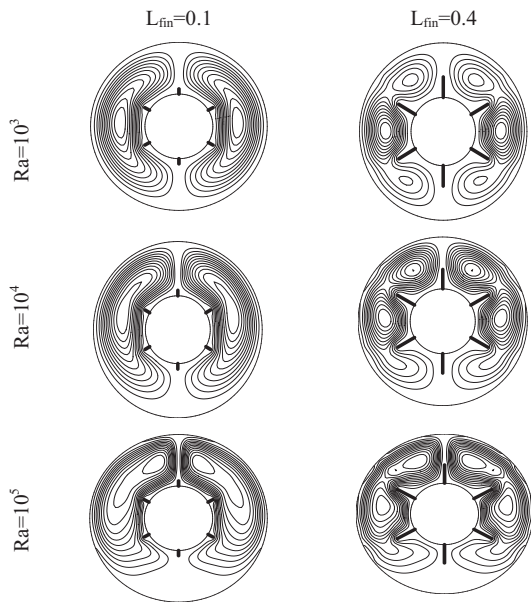
معادلات حاکم به روش عددی با استفاده از روش حجم محدود حل می‌شود. بدین منظور، یک شبکه غیریکنواخت در مختصات قطبی بر میدان حل منطبق می‌گردد. از الگوریتم معروف سیمپلر برای کوپل کردن میدان سرعت و فشار استفاده می‌شود. حل دستگاه معادلات جبری حاصله با به کارگیری روش خط به خط و الگوریتم توماس انجام می‌شود.

۱.۳. معبرسازی

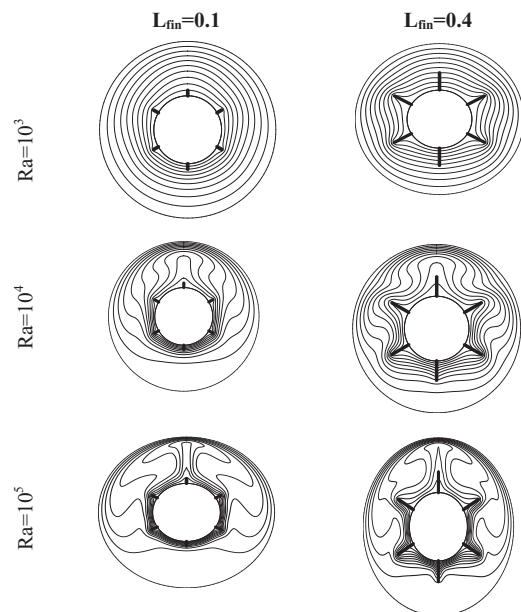
برای اطمینان از صحت عملکرد برنامه کامپیوتری، جریان جابجایی آزاد هوا در داخل حلقه مدل‌سازی و نتایج به دست آمده با نتایج تحقیقات قبلی مقایسه می‌شود. بدین منظور، جریان جابجایی آزاد هوا درون حلقه مطابق شکل (۲) مشابه با کار کوهن و گلدشتاین [۶] و کنجرس و هانجلیک [۱۳]، مدل‌سازی شده است. مقایسه برای شرایط $Pr=0.706$ ، $Ra=4 \times 10^5$ و $l/2r_i=0.8$ انجام شده است.

۴. نتایج و بحث

مقدار آن در $Ra=10^3$ می‌باشد. درصد کاهش نسبی ماکزیمم قدرمطلق تابع جریان با افزایش طول پره‌ها از ۰/۱ به ۰/۴، در $Ra=10^3$ برابر با ۱۹٪، در $Ra=10^4$ برابر با ۱۷/۲۵٪ و در $Ra=10^5$ برابر ۸٪ است.



شکل (۵): خطوط جریان نانوسیال با $\phi = 0.05$ برای دو طول مختلف پره‌ها و اعداد رایلی مختلف



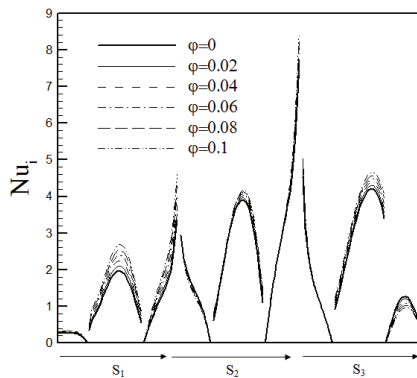
شکل (۶): خطوط ایزوترم نانوسیال با $\phi = 0.05$ برای دو طول مختلف پره‌ها و اعداد رایلی مختلف

در مطالعه حاضر، نسبت فاصله بین دو استوانه به قطر استوانه داخلی مساوی ۰/۸ و طول بدون بعد پره ۰/۲ در نظر گرفته شده است. نتایج برای اعداد رایلی مختلف، نانوذرات مختلف و کسر حجمی مختلف نانوذرات به دست آمده است. شکل (۵)، خطوط جریان را برای دو طول بدون بعد مختلف پره‌ها (۰/۴ و ۰/۱) در $\phi = 0.05$ و اعداد رایلی مختلف نشان می‌دهد. از این شکل مشخص است که دو جریان سیال با گرم شدن در اطراف استوانه داخلی و با عبور از کنار پره‌ها به سمت بالا حرکت می‌کند و با چرخش از کنار سطح سرد استوانه خارجی برمی‌گردد و دو گردابه اصلی را در محفظه به وجود می‌آورد. در حالتی که طول پره‌ها کم است، در $Ra=10^3$ جریان دارای گردابه‌های متقارن در زاویه ۹۰ درجه است و با افزایش عدد رایلی مرکز گردابه‌ها به طرف بالا حرکت می‌کند.

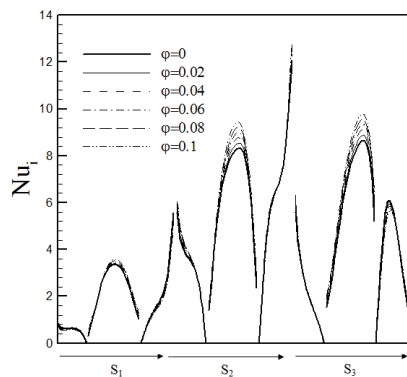
همچنین دیده می‌شود که تمرکز خطوط جریان در ناحیه بالای حلقه بیشتر است؛ به عبارت دیگر، قدرت جابجایی در ناحیه پایین حلقه ضعیف‌تر است. چنین نتیجه‌ای در [۹] برای جریان جابجایی آزاد در حلقه هم‌محور افقی بدون پره با سیال هوا و همچنین در [۱۱] با نانوسیال مشاهده شده بود. با افزایش طول پره‌ها به ۰/۴، به دلیل بلوکه شدن سیال، جریان ضعیف‌تر می‌شود، به طوری که در $Ra=10^3$ سه گردابه ثانویه در داخل گردابه اصلی تشکیل می‌شود. با افزایش عدد رایلی، تعداد گردابه‌ها کاهش، و جریان قوی‌تر می‌شود. به طور کلی نتایج به دست آمده در شکل (۵) مشخص می‌کند که تغییر شکل خطوط جریان نسبت به تغییر طول پره‌ها بیشتر در ناحیه بالای حلقه اتفاق می‌افتد. خطوط دما ثابت برای دو طول مختلف پره‌ها (۰/۱ و ۰/۴) در $\phi = 0.05$ و اعداد رایلی مختلف نیز در شکل (۶) نشان داده شده است.

تغییر مکانیزم انتقال حرارت از هدایت به جابجایی با افزایش عدد رایلی، به خوبی از شکل خطوط دما ثابت دیده می‌شود. همچنین مشاهده می‌شود که با افزایش طول پره‌ها تمرکز خطوط دما ثابت در نزدیکی استوانه داخلی و پره‌ها (خصوصاً در اعداد رایلی بالاتر) کاهش می‌یابد؛ به عبارت دیگر، گرادیان دما در این نواحی کم می‌شود.

شکل (۷)، تغییرات ماکزیمم قدرمطلق تابع جریان را برحسب تغییر طول پره در اعداد رایلی مختلف و $\phi = 0.05$ نشان می‌دهد. همان‌طور که دیده می‌شود قدرت جریان با افزایش عدد رایلی افزایش و با افزایش طول پره‌ها کاهش می‌یابد. ماکزیمم قدر مطلق تابع جریان در $L_{fin} = 0.1$ برای $Ra=10^4$ و $Ra=10^5$ حدود ۵ و ۱۵/۵ برابر



(b)

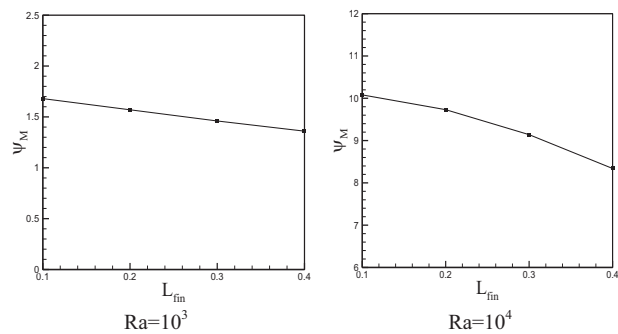


(c)

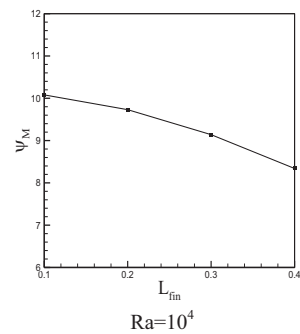
شکل (۸): تغییرات عدد ناسلت موضعی روی استوانه داخلی و پره‌ها در $L_{fin}=0.4$ برای کسر حجمی مختلف پره‌ها $Ra = 10^5$ (c) $Ra = 10^4$ (b) $Ra = 10^3$ (a)

در مطالعه جریان جابجایی آزاد نانوسیال در حلقه هم‌محور افقی بدون پره توسط ابونادا و همکاران [۱۱]، درصد تغییرات ضریب هدایت حرارتی و گرادیان دما با کسر حجمی نانوذرات روی سطح داخلی استوانه با یکدیگر مقایسه و مشخص شده بود که در $\theta = 180^\circ$ با افزایش کسر حجمی نانوذرات از ۰ تا ۰/۱، کاهش گرادیان دما ۲۰٪ و افزایش ضریب هدایت حرارتی ۳۰٪ می‌باشد، اما در بررسی حاضر به علت وجود پره در $\theta = 180^\circ$ کاهش گرادیان دما نسبت به افزایش ضریب هدایت حرارتی بیشتر است؛ بنابراین عدد ناسلت کاهش می‌یابد.

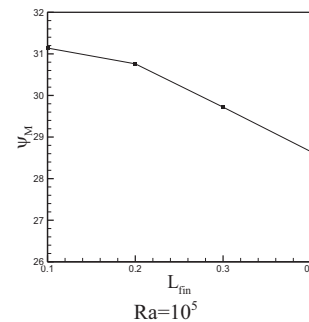
در $Ra=10^3$ افزایش عدد ناسلت با افزایش کسر حجمی نانوذرات روی استوانه داخلی واضح‌تر است. در $Ra=10^5$ عدد ناسلت روی پره در موقعیت $\theta = 0^\circ$ از نوک پره تا پای پره کاهش می‌یابد و با افزایش زاویه θ در ناحیه S_1 ابتدا تا مقدار ماکزیمم (در $\theta = 45^\circ$) افزایش و سپس کاهش می‌یابد. این تغییرات به دلیل تغییرات گرادیان دما روی استوانه داخلی است، به طوری که با افزایش زاویه θ گرادیان دما ابتدا افزایش و سپس به علت وجود پره در $\theta = 60^\circ$ ، گرادیان دما کاهش



$Ra=10^3$



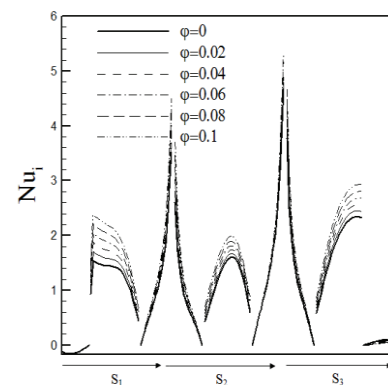
$Ra=10^4$



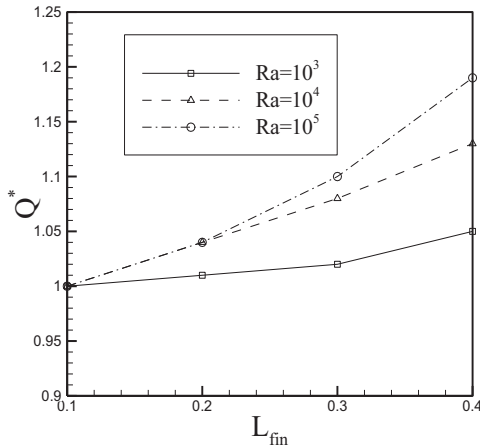
$Ra=10^5$

شکل (۷): تغییرات ماکزیمم قدرمطلق تابع جریان نسبت به طول پره در $\phi = 0.05$ و اعداد رایلی مختلف

تغییرات عدد ناسلت روی استوانه داخلی و پره‌ها بر حسب مختصه S مطابق هندسه شکل (۱)، برای مقادیر مختلف کسر حجمی نانوذرات و اعداد رایلی مختلف و $L_{fin}=0.4$ در شکل (۸) نشان داده شده است. همان‌طور که دیده می‌شود، با افزایش کسر حجمی نانوذرات و یا افزایش عدد رایلی، عدد ناسلت افزایش می‌یابد؛ البته افزایش عدد ناسلت با افزایش نانوذرات روی سطح پره‌ها کمتر است. همچنین در موقعیت $\theta = 180^\circ$ ، با افزایش کسر حجمی نانوذرات، عدد ناسلت کاهش می‌یابد. مکانیزم غالب در اطراف این پره، انتقال حرارت هدایتی است. همچنین کاهش عدد ناسلت به علت کاهش بیشتر گرادیان دما نسبت به افزایش ضریب هدایت حرارتی نانوسیال می‌باشد.

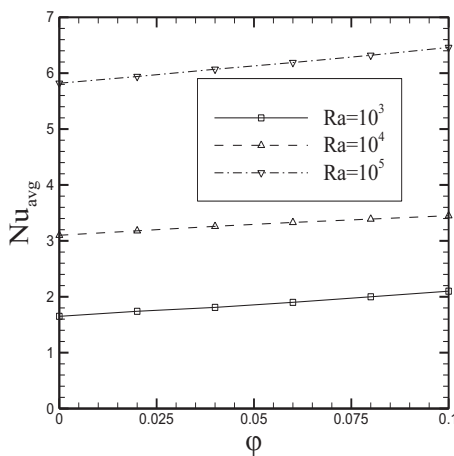


(a)



شکل (۱۰): تغییرات نسبت نرخ انتقال حرارت بر حسب طول پره در $\phi = 0.05$ و اعداد رایلی مختلف

شکل (۱۱)، تغییرات عدد ناسلت متوسط بر حسب کسر حجمی نانوذرات را در اعداد رایلی مختلف و طول بی بعد پره برابر 0.4 نشان می دهد.



شکل (۱۱): تغییرات عدد ناسلت متوسط نسبت به کسر حجمی نانوذرات برای $L_{fin} = 0.4$ در اعداد رایلی مختلف

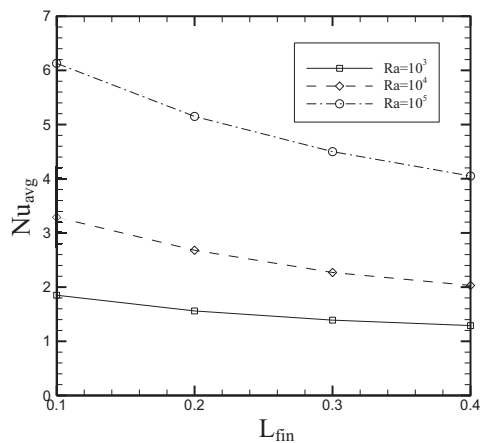
همان طور که دیده می شود، عدد ناسلت متوسط با افزایش کسر حجمی نانوذرات افزایش می یابد. درصد افزایش نسبی عدد ناسلت در $Ra=10^3$ برابر با 29% ، در $Ra=10^4$ برابر با $12/6\%$ و در $Ra=10^5$ برابر $6/5\%$ است. مشخص است که افزایش کسر حجمی نانوذرات در $Ra=10^3$ منجر به افزایش بیشتر عدد ناسلت می شود. در کار ایونادا و همکاران [۱۱] نیز، عدد ناسلت با افزایش کسر حجمی نانوذرات در اعداد رایلی مختلف افزایش می یابد و برای $Ra=10^3$ افزایش عدد ناسلت دارای مقدار بیشینه است.

شکل (۱۲)، خطوط جریان و خطوط هم دما را در اعداد رایلی مختلف برای سیال پایه و نانوسیال نشان می دهد. همان طور که دیده

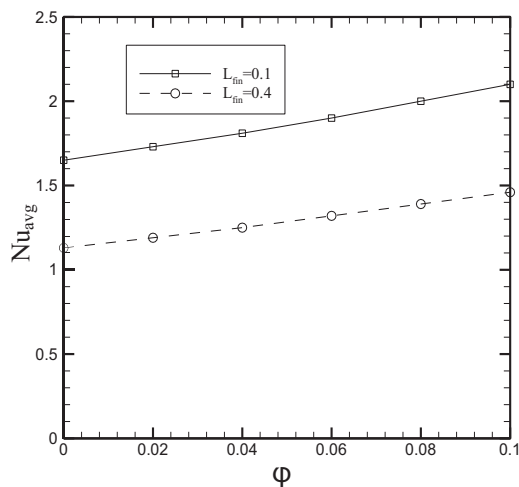
می یابد. در دو طرف پره دوم (در موقعیت $\theta = 60^\circ$) عدد ناسلت روی پره از پای پره تا نوک پره افزایش می یابد. در ناحیه S_2 نیز تغییرات عدد ناسلت با افزایش زاویه، مشابه ناحیه S_1 است. تغییرات عدد ناسلت موضعی روی استوانه داخلی و سطح پره ها مشابه نتایج به دست آمده در [۱۰] برای جریان جابجایی آزاد سیال هوا در هندسه ای مشابه است. به طور کلی، با افزودن کسر حجمی نانوذرات، عدد ناسلت افزایش می یابد، اما افزایش آن روی پره ها کمتر است. در پره واقع در $\theta = 180^\circ$ با افزودن کسر حجمی نانوذرات، عدد ناسلت به علت کاهش بیشتر گرادیان دما کاهش می یابد.

شکل (۹)، تغییرات عدد ناسلت متوسط بر حسب تغییر طول پره ها را در اعداد رایلی مختلف و $\phi = 0.05$ نشان می دهد. در تمامی اعداد رایلی، عدد ناسلت با افزایش طول پره ها کاهش می یابد. این رفتار ناشی از کاهش گرادیان دما با افزایش طول پره ها می باشد. درصد کاهش نسبی عدد ناسلت متوسط با طول پره ها از 0.1 به 0.4 در $10^3 = Ra$ برابر با $3/38\%$ ، در $10^4 = Ra$ برابر با $3/34\%$ است. نتیجه ای مشابه در [۱۰] برای جریان جابجایی آزاد مغشوش هوا در هندسه ای مشابه به دست آمده و مشخص شده که عدد ناسلت با افزایش طول پره ها کاهش می یابد.

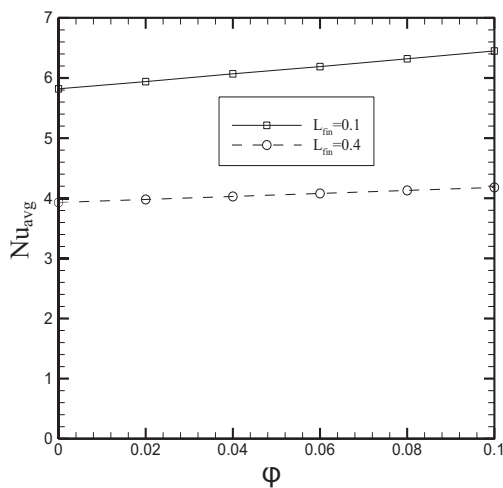
شکل (۱۰)، تغییرات نسبت نرخ انتقال حرارت به نرخ انتقال حرارت در حالت $L_{fin} = 0.1$ (Q^*) را بر حسب طول پره ها نشان می دهد. مشاهده می شود که با افزایش طول پره ها، نرخ انتقال حرارت افزایش می یابد؛ بنابراین اثر افزایش سطح انتقال حرارت نسبت به کاهش ضریب جابجایی متوسط بیشتر است، و با افزایش طول پره ها نرخ انتقال حرارت افزایش می یابد. درصد افزایش نسبی نرخ انتقال حرارت با افزایش طول پره ها از 0.1 به 0.4 در $10^3 = Ra$ برابر با $18/7\%$ ، در $10^4 = Ra$ برابر با $5/4\%$ و در $10^5 = Ra$ برابر $13/5\%$ است.



شکل (۹): تغییرات عدد ناسلت متوسط نسبت به طول پره در $\phi = 0.05$ و اعداد رایلی مختلف



(a)



(b)

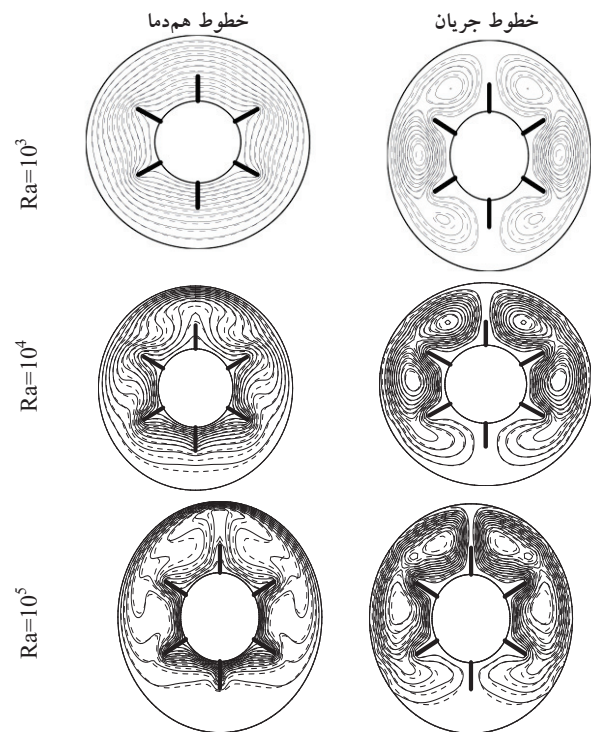
شکل (۱۳): تغییرات عدد ناسلت متوسط نسبت به کسر حجمی نانوذرات در طول مختلف پره‌ها (a) $Ra=10^3$ (b) $Ra=10^5$

با افزایش طول پره‌ها و همچنین افزودن نانوذرات، گرادیان دما کاهش می‌یابد؛ بنابراین هرچه طول پره‌ها کمتر باشد، افزایش عدد ناسلت با افزایش کسر حجمی نانوذرات بیشتر است. در $Ra=10^3$ درصد افزایش نسبی عدد ناسلت با افزایش کسر حجمی نانوذرات از ۰ به ۰/۱ در طول ۰/۱ برابر با ۲۷٪ و در طول ۰/۴ برابر با ۲۹٪ است. در $Ra=10^3$ با افزایش طول پره‌ها انتقال حرارت هدایت بیشتر می‌شود، در نتیجه با افزودن کسر حجمی نانوذرات، افزایش عدد ناسلت بیشتر خواهد بود.

۵. نتیجه‌گیری

جریان جابجایی آزاد آرام نانوسیال آب - مس بین دو استوانه هم محور افقی با پره‌های شعاعی روی استوانه داخلی به طور عددی

می‌شود، با افزودن نانوذرات در $Ra=10^3$ گرادیان دما در نزدیکی سطح استوانه داخلی و پره‌ها، تقریباً ثابت است؛ بنابراین افزایش نسبی عدد ناسلت در $Ra=10^3$ ناشی از افزایش ضریب هدایت حرارتی نانوسیال است. از طرفی مشاهده می‌شود که در $Ra=10^5$ با افزودن نانوذرات گرادیان دما کاهش می‌یابد؛ لذا افزایش نسبی در عدد ناسلت در $Ra=10^5$ کمتر است. این نتیجه در جابجایی آزاد نانوسیال در حلقه هم محور افقی بدون پره برای $Ra=10^5$ نیز مشاهده شده است.



شکل (۱۲): خطوط جریان و خطوط هم‌دما در اعداد رایلی مختلف و

$L_{fm}=0/4$ سیال پایه $(\phi=0)$ و نانوسیال $(\phi=0/1)$

شکل (۱۳)، تغییرات عدد ناسلت متوسط برحسب کسر حجمی نانوذرات برای دو طول مختلف پره‌ها را در اعداد رایلی 10^3 و 10^5 نشان می‌دهد. همان‌طور که دیده می‌شود با افزایش کسر حجمی، در $Ra=10^5$ عدد ناسلت در طول ۰/۱ نسبت به طول ۰/۴ با شیب تندتری افزایش می‌یابد. در $Ra=10^5$ درصد نسبی افزایش عدد ناسلت متوسط با افزایش کسر حجمی نانوذرات از ۰ به ۰/۱ در طول ۰/۱ برابر با ۱۱٪ و در طول ۰/۴ برابر با ۶/۵٪ است.

عدد پراتل	Pr	مدل‌سازی و مطالعه شد. بر اساس نتایج، با افزایش طول پره‌ها عدد
مختصه شعاعی	r	ناسلت متوسط و قدرت جریان کاهش می‌یابد، اما نرخ انتقال حرارت
مختصه شعاعی بدون بعد (نسبت به استوانه داخلی)	R	افزایش می‌یابد. با افزودن کسر حجمی نانوذرات در اعداد رایلی بالا
عدد رایلی	Ra	در طول کمتر پره‌ها، افزایش عدد ناسلت بیشتر است. همچنین با
دما (K)	T	افزودن کسر حجمی نانوذرات، عدد ناسلت متوسط افزایش می‌یابد.
دمای بدون بعد	\bar{T}	افزایش عدد ناسلت و در نتیجه افزایش نرخ انتقال حرارت با افزودن
سرعت مماسی و شعاعی	u, v	کسر حجمی نانوذرات در اعداد رایلی پایین‌تر، بیشتر است؛ بنابراین
سرعت مماسی و شعاعی بدون بعد	U, V	بهتر است برای دستیابی به ماکزیمم نرخ انتقال حرارت، در اعداد
		رایلی پایین، بیشترین کسر حجمی نانوذرات و بیشترین طول پره‌ها در
		نظر گرفته شود؛ اما در اعداد رایلی بالا، بهتر است بیشترین کسر
		حجمی نانوذرات و کمترین طول پره‌ها در نظر گرفته شود.

علائم یونانی

نفوذ حرارتی ($m^2 s^{-1}$)	α
ضریب انبساط حرارتی (K^{-1})	β
کسر حجمی نانوذرات	ϕ
ویسکوزیته سینماتیکی ($m^2 s^{-1}$)	ν
مختصه زاویه‌ای اندازه‌گیری شده از بالای استوانه	θ
تابع جریان ($m^2 s^{-1}$)	ψ
تابع جریان بدون بعد	Ψ
جرم مخصوص ($kg m^{-3}$)	ρ
ویسکوزیته دینامیکی ($N s m^{-2}$)	μ

زیرنویس

متوسط	avg
سیال پایه	f
استوانه داخلی	i
نانوسیال	nf
استوانه خارجی	o

سپاسگزاری

نویسندگان مایل‌اند از پژوهشکده انرژی و معاونت پژوهشی دانشگاه کاشان به سبب حمایت مالی از این تحقیق تشکر نمایند.

فهرست علائم

ظرفیت گرمایی ویژه ($kJ kg^{-1} K^{-1}$)	c_p
قطر استوانه (m)	D
شتاب جاذبه ($m s^{-2}$)	g
ضریب انتقال حرارت جابجایی ($W m^{-2} K^{-1}$)	h
ضریب هدایت حرارتی ($W m^{-1} K^{-1}$)	k
فاصله بین استوانه داخلی و خارجی ($l = r_o - r_i$)	l
طول پره (m)	l_{fin}
طول بدون بعد پره	L_{fin}
عدد ناسلت	Nu
فشار (Nm^{-2})	p
فشار بدون بعد	P

مراجع

[1] Choi, S.U.S., "Enhancing thermal conductivity of fluid with nanoparticles, developments and applications of non-Newtonian flow," ASME FED, Vol. 231, pp. 99-105, 1995.
 [2] Behzadmehr, A., Saffar-Avval, M., and Galanis, N., "Prediction of turbulent forced convection of a nanofluid in a

tube with uniform heat flux using a two phase approach," Int. J. Heat Fluid Flow, Vol. 28, pp. 211-219, 2007.
 [3] Bianco, V., Chiacchio, F., Manca, O., and Nardini, S., "Numerical investigation of nanofluids forced convection in circular tubes," J. Applied Thermal Engineering, Vol. 29, pp.

- 3632–3642, 2009.
- [4] Khanafer, K., Vafai, K., and Lightstone, M., "Buoyancy-driven heat transfer enhancement in a two-dimensional enclosure utilizing nanofluids," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 46, pp. 3639–3653, 2003.
- [5] Putra, W., Roetzel, N., and Das, S.K., "Natural convection of nanofluids," *Heat Mass Transfer*, Vol. 39, pp. 775–784, 2003.
- [6] Kuhen, T.H., and Goldstein, R.J., "An experimental and theoretical study of natural convection in the annulus between horizontal concentric cylinders," *J. Fluid Mech*, Vol. 74, pp. 695–719, 1976.
- [7] Kumar, R., "Study of natural convection in horizontal annuli," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 31, pp. 1137–1148, 1988.
- [8] Shaija, A., and Narasimham, G.S.V.L., "Effect of surface radiation on conjugate natural convection in a horizontal annulus driven by inner heat generating solid cylinder," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 52, pp. 5759–5769, 2009
- [9] Chai, J.C., and Patankar, S.V., "Laminar natural convection in internally finned horizontal annulus," *Numer. Heat Transfer*, Vol. 24, pp. 67–87, 1993.
- [10] Rahnama, M., and Farhadi, M., "Effect of radial fins on two-dimensional turbulent natural convection in a horizontal annulus," *Int. J. Thermal Sciences*, Vol. 43, pp. 255–264, 2004.
- [11] Abu-Nada, E., Masoud, Z., and Hijazi, A., "Natural convection heat transfer enhancement in horizontal concentric annuli using nanofluids," *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, Vol. 35, pp. 657–665, 2008.
- [12] Abu-Nada, E., "Effect of variable viscosity and thermal conductivity of Al_2O_3 -water nanofluid on heat transfer enhancement in natural convection," *Int. J. Heat Fluid Flow*, Vol. 30, pp. 679–690, 2009.
- [13] Kenjeres, S., and Hanjalic, K., "Prediction of turbulent thermal convection in concentric and eccentric horizontal annuli," *Int. J. Heat Fluid Flow*, Vol. 16, pp. 429–439, 1995.

