

مطالعه عددی جابجایی آزاد متلاطم در حضور یک میدان مغناطیسی ثابت داخل یک محفظه مربعی

قنبرعلی شیخزاده^{۱*}، دانشیار، امیر النجری^۲، کارشناس ارشد، افسانه مهرداداصل^۳، کارشناس ارشد، محسن پیرمحمدی^۴، کارشناس ارشد

^۱ گروه مهندسی مکانیک - دانشکده مهندسی - دانشگاه کاشان - کاشان - ایران

sheikhz@kashanu.ac.ir

^۲ گروه مهندسی مکانیک - دانشکده مهندسی - دانشگاه کاشان - کاشان - ایران

amir_alanchary@yahoo.com

^۳ گروه مهندسی مکانیک - دانشکده مهندسی - دانشگاه کاشان - کاشان - ایران

afsaneh.mehradasl@gmail.com

^۴ مدیریت تحقیقات - معاونت تحقیق و توسعه - گروه مپنا - تهران - ایران

pirmohammadi@mapna.com

دریافت مقاله: ۹۰/۵/۱۷ اصلاحیه: ۹۰/۷/۲

پذیرش مقاله: ۹۰/۹/۲۳

چکیده: در این تحقیق، به بررسی عددی تأثیر اعمال یک میدان مغناطیسی ثابت بر میدان جریان، میدان دما و انتقال حرارت در جابجایی آزاد متلاطم درون یک محفظه مربعی حاوی فلزات مایع پرداخته شده است. دیواره‌های چپ و راست محفظه به ترتیب، گرم و سرد و دیواره‌های افقی آن عایق‌اند. تأثیر تغییرات عدد رابلی بین 10^7 و 10^9 و عدد هارتمن بین صفر و ۶۰۰ بر جابجایی آزاد فلزات مایع با عدد پرانتل ۰/۱۱، ۰/۲۲ و ۰/۵۴ با استفاده از مدل تلاطم k-ε استاندارد مورد بررسی قرار گرفته است. از نتایج به دست آمده چنین می‌توان نتیجه گرفت که با اعمال یک میدان مغناطیسی، از قدرت جابجایی در محفظه کاسته می‌شود و با افزایش عدد هارتمن تغییرات دما در نزدیکی دیواره‌های دما ثابت بسیار اندک می‌گردد. همچنین با افزایش عدد پرانتل ماکزیمم قدر مطلق تابع جریان به عنوان معیاری از قدرت جریان افزایش می‌یابد.

واژه‌های کلیدی: جابجایی آزاد، جریان متلاطم، میدان مغناطیسی، مطالعه عددی.

۱. مقدمه

از گذشته تا به حال، انتقال حرارت جابجایی آزاد به علت کاربردهای وسیع فنی و مهندسی از جمله خنک‌کاری تجهیزات الکترونیکی، کلکتورهای خورشیدی و تشکیل کریستال‌ها در فرآیند انجماد فلزات، نظر بسیاری از محققان را به خود معطوف کرده است و موضوع بسیاری از مطالعات بوده است.

یکی از موثرترین روش‌های مورد استفاده برای کنترل جریان مذاب در صنعت ریخته‌گری مواد، به کارگیری میدان‌های مغناطیسی خارجی به منظور ایجاد نیروی لورنتز است. با اعمال مناسب میدان مغناطیسی، نیروی لورنتز به عنوان یک نیروی مخالف در جریان جابجایی آزاد مطرح می‌شود. استفاده از میدان مغناطیسی در هنگام ریخته‌گری، موجب تشکیل ساختار ریزدانه در فلز می‌گردد [۱]، بنابراین بررسی جریان سیال و انتقال حرارت برای درک چنین فرآیندهایی از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است.

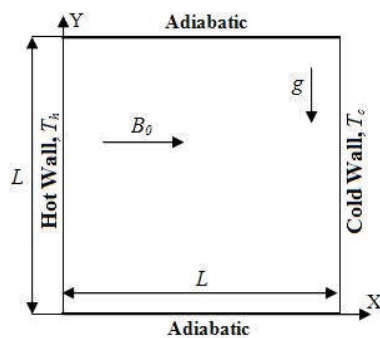
اُریپر و زکلی، مکانیزم رشد کریستال را در حضور میدان مغناطیسی بررسی کردند و دریافتند که میدان مغناطیسی می‌تواند جابجایی آزاد را تضعیف کند، بنابراین قدرت میدان مغناطیسی یکی از عوامل مهم در نحوه شکل‌گیری کریستال‌هاست [۲]. اوزو و ماریو، جریان جابجایی آزاد برای یک سیال هادی الکتریسیته با عدد پرانتل پایین را در حضور یک میدان مغناطیسی بطور عددی بررسی کردند و رابطه‌ای برای عدد ناسلت بر حسب اعداد بدون بعد رایلی، هارتمن^۱ و پرانتل به دست آوردند [۳]. گاراندت و همکاران [۴] یک حل تحلیلی را برای معادلات حاکم بر هیدرودینامیک مغناطیسی ارائه کردند. رودرایه و همکاران، تأثیر اعمال میدان مغناطیسی را بر جریان جابجایی آزاد درون یک محفظه مربعی شکل با دیواره‌های عمودی دما ثابت و دیواره‌های افقی عایق برای سیالی با عدد پرانتل ۰/۷۷۳ به طور عددی بررسی کردند و متوجه شدند که با افزایش قدرت میدان مغناطیسی، جریان جابجایی از بین می‌رود و نرخ انتقال حرارت کاهش می‌یابد [۵]. جلیل و همکاران، تأثیر یک میدان مغناطیسی غیریکنواخت را بر جابجایی آزاد داخل یک محفظه دو بعدی با دیواره‌های عمودی دما ثابت و دیواره‌های افقی عایق برای سدیم مذاب در رایلی^۶ (جریان آرام) و رایلی^{۱۰} (جریان متلاطم) مورد بررسی قرار دادند و دریافتند که شدت میدان مغناطیسی مورد نیاز برای تحت تأثیر قرار دادن جریان جابجایی آزاد

در حالت متلاطم، بسیار بیشتر از حالت آرام است، همچنین خطوط جریان به نحوه توزیع میدان مغناطیسی وابسته می‌باشد [۶]. جلیل و التائی نیز، یک مطالعه عددی روی جریان جابجایی آزاد در حالت آرام و مغشوش در حالت سه‌بعدی در حضور میدان مغناطیسی انجام دادند و دریافتند که اثر میدان مغناطیسی بر انتقال حرارت در این حالت، بیشتر از اثر آن در حالت دو بعدی است. همچنین در جریان مغشوش و آرام در حالت سه‌بعدی اثر میدان مغناطیسی را در هر سه جهت اصلی مورد بررسی قرار دادند [۷]. یاماموتو و همکاران [۸] به بررسی افت فشار و خواص انتقال حرارت جریان یک سیال با عدد پرانتل بالا در یک کانال و در حضور میدان مغناطیسی و شرایط متلاطم جریان پرداختند.

با توجه به مرور انجام گرفته، گرچه اثر اعمال میدان مغناطیسی بر جابجایی آزاد در داخل محفظه برای جریان آرام و مغشوش برای یک سیال خاص انجام گرفته است، اما اثر تغییرات عدد پرانتل (و به عبارت دیگر فلزات مایع متفاوت) بررسی نشده است، لذا در این تحقیق، به بررسی جابجایی آزاد متلاطم در یک محفظه دو بعدی حاوی سه نوع فلز مایع (با عدد پرانتل پایین) پرداخته می‌شود. عدد رایلی بین 10^7 تا 10^9 و عدد هارتمن بین صفر و ۶۰۰ تغییر داده می‌شود. نتایج حاصله به صورت میدان جریان و دما و عدد ناسلت متوسط به منظور مطالعه انتقال حرارت ارائه و بررسی می‌شوند.

۲. مدل فیزیکی مسئله

مدل فیزیکی مسئله به همراه محورهای مختصات و شرایط مرزی در شکل (۱) مشخص شده است. دیواره سمت راست و سمت چپ محفظه به ترتیب سرد و گرم و دیواره‌های افقی عایق‌اند. محفظه حاوی سیال هادی جریان الکتریسیته با اعداد پرانتل پایین است و فرض بر این است که دیواره‌ها عایق الکتریکی باشند.



شکل (۱): هندسه حل و مختصات

۳. معادلات حاکم و شرایط مرزی

برای جریان متلاطم متوسط اثرهای کلی نوسانات نیروهای الکترومغناطیسی در معادلات ممتوم ناچیز در نظر گرفته شده است [۶].

برای مدل‌سازی تلاطم جریان از مدل $k-\varepsilon$ استاندارد استفاده شده است. در مقایسه با دیگر مدل‌ها از جمله (DNS) شبیه‌سازی عددی مستقیم، (RSM) مدل تنش رینولدز و یا مدل (LES) که نیازمند شبکه‌بندی‌های بسیار ریزترند، مدل استاندارد $k-\varepsilon$ اقتصادی‌تر است. همچنین در مدل استاندارد $k-\varepsilon$ تغییری در معادلات انرژی جنبشی تلاطم (k) و نرخ تلفات انرژی جنبشی تلاطم (ε) به سبب تأثیرات نیروهای شناوری و الکترومغناطیسی به وجود نمی‌آید [۱۰].

ویسکوزیته سینماتیکی متلاطم جریان با استفاده از مقادیر ρ و k و ε در هر نقطه از میدان با استفاده از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\mu_t = C_\mu \rho \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (9)$$

معادلات بقا برای انرژی جنبشی تلاطم (k) و نرخ تلفات انرژی

جنبشی تلاطم (ε) عبارت‌اند از:

$$\rho u \frac{\partial k}{\partial x} + \rho v \frac{\partial k}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma_k \frac{\partial k}{\partial y} \right) + P + G_k - \rho \varepsilon \quad (10)$$

$$\rho u \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + \rho v \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma_\varepsilon \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma_\varepsilon \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right) + C_1 \left(P \frac{\varepsilon}{k} + C_2 G_k \right) - C_2 \rho \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (11)$$

$$\Gamma_k = \frac{\mu_{eff}}{Pr_k} \quad (12)$$

$$\Gamma_\varepsilon = \frac{\mu_{eff}}{Pr_\varepsilon} \quad (13)$$

$$P = 2\mu_{eff} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right] + \mu_t \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \quad (14)$$

$$G_k = -\frac{\mu_{eff}}{Pr_t} g\beta \frac{\partial T}{\partial y} \quad (15)$$

مقادیر ثابت در مدل استاندارد $k-\varepsilon$ در جدول (۱) آورده شده‌اند.

جدول (۱): ثابت‌های مدل $k-\varepsilon$ استاندارد [۱۱]

C_μ	C_1	C_2	C_3	Pr_k	Pr_t	Pr_ε
۰/۰۹	۱/۴۴	۱/۹۲	$\tanh(v/u)$	۱	۰/۹	۱/۳

برای مسئله مورد نظر، شرایط مرزی بر روی دیواره‌ها عبارت‌اند

از: $u=0$ و $v=0$ و $k=0$. همچنین:

T=Th روی دیواره سمت چپ

T=Tc روی دیواره سمت راست

محفظه تحت تأثیر یک میدان مغناطیسی یکنواخت خارجی در جهت محور افقی (X) قرار دارد. با فرض کوچک بودن عدد رینولدز مغناطیسی، میدان مغناطیسی القایی که بر اثر حرکت سیال هادی جریان الکتریسیته به وجود می‌آید، در مقایسه با میدان مغناطیسی اعمالی قابل چشم‌پوشی است. به غیر از دانسیته سیال در جمله نیروی بویانسی که از قاعده تقریب بوزینسک پیروی می‌کند، تمامی خواص سیال ثابت فرض شده‌اند؛ بنابراین کار نیروهای فشاری، گرمایش ژولی و تلفات ویسکوز به صورت ناچیز فرض شده‌اند [۹].

معادلات پیوستگی، ممتوم و انرژی حاکم بر جریان سیال در شرایط پایا به صورت زیر است:

معادله پیوستگی:

$$\frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

معادله ممتوم در جهت x:

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_{eff} \left(2 \frac{\partial u}{\partial x} \right) \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_{eff} \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right) \quad (2)$$

معادله ممتوم در جهت y:

$$\rho u \frac{\partial v}{\partial x} + \rho v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_{eff} \left(2 \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_{eff} \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right) + \rho g \beta (T - T_r) + \sigma B_o^2 v \quad (3)$$

معادله انرژی:

$$\rho u \frac{\partial T}{\partial x} + \rho v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma_{eff} \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma_{eff} \frac{\partial T}{\partial y} \right) \quad (4)$$

که در معادلات بالا μ_{eff} و Γ_{eff} عبارت‌اند از:

$$\mu_{eff} = \mu + \mu_t \quad (5)$$

$$\Gamma_{eff} = \frac{\mu}{Pr} + \frac{\mu_t}{Pr_t} \quad (6)$$

عدد ناسلت متوسط روی دیواره گرم و تابع جریان با استفاده از

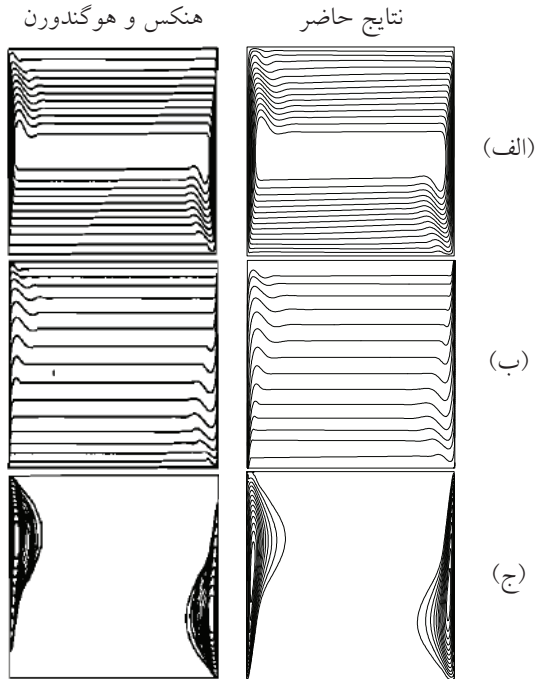
رابطه‌های زیر به دست می‌آید:

$$\overline{Nu} = \frac{1}{T_h - T_c} \int_0^L \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} dy \quad (7)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} = u \quad (8)$$

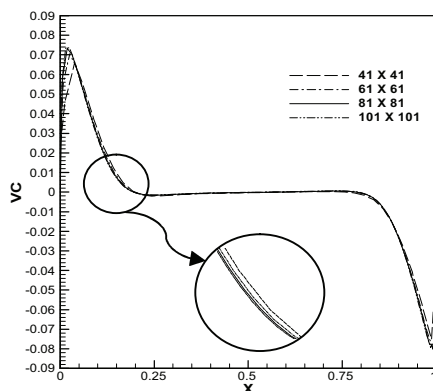
$$\frac{\partial T}{\partial y} = 0$$

خطوط جریان و خطوط هم‌دما و ویسکوزیته متلاطم با نتایج ارائه شده توسط هنکس و هوگندورن [۱۵] در شکل (۲) به صورت کیفی مقایسه شده و همان‌طور که دیده می‌شود، تطابق خوبی بین دو دسته از نتایج وجود دارد.



شکل (۲): (الف) خطوط جریان (ب) خطوط دما ثابت (ج) ویسکوزیته متلاطم: مقایسه نتایج حاضر و نتایج هنکس و هوگندورن [۱۵]

برای همه حالت‌های بررسی شده در این تحقیق، بررسی لازم برای عدم وابستگی نتایج به شبکه انجام شده است [۱۴]. تعداد نقاط در شبکه بهینه در حالت‌های مختلف متفاوت است؛ برای مثال با افزایش عدد رایلی تعداد نقاط شبکه بهینه افزایش می‌یابد. شکل (۳) پروفیل سرعت عمودی در مرکز محفظه برای حالت $Ra=10^7$ ، همان‌طور که دیده می‌شود، شبکه‌بندی 81×81 نقطه، شبکه مناسب برای اطمینان از استقلال نتایج از شبکه است.



شکل (۳): پروفیل مؤلفه عمودی سرعت روی خط مرکزی محفظه برای شبکه‌های مختلف در رایلی 10^7 عدد هارتمن ۱۰۰ و پراکتل 0.022

برای شرایط مرزی E ، مقداری باید انتخاب شود که به اندازه کافی بزرگ باشد تا اثر ناچیزی بر روی حل معادلات سرعت و دما داشته باشد [۱۲]. همچنین از توابع دیواره به منظور محاسبه شرایط مرزی در نقاط نزدیک دیواره استفاده شده است.

۴. حل عددی

معادلات حاکم به همراه شرایط مرزی به صورت عددی و با استفاده از روش حجم محدود، روی یک شبکه غیریکنواخت حل شده‌اند. همچنین طرح پیوندی که از ترکیب طرح تفاضل مرکزی و طرح بالادست به دست می‌آید، برای گسسته کردن جابجایی به کار گرفته شده است. برای حل معادلات ممتوم از شبکه جابجا شده استفاده می‌شود، در حالی که برای محاسبه کمیت‌های اسکالر از شبکه اصلی استفاده می‌شود. در شبکه جابجا شده، مؤلفه‌های سرعت در وجوه حجم‌های کنترلی محاسبه می‌شوند. معادلات اندازه حرکت، زمانی می‌توانند حل شوند که میدان فشار معلوم باشد و یا به طریقی برآورد شود. برای حل هم‌زمان سرعت - فشار در معادلات ممتوم از الگوریتم سیمپلر استفاده شده است. حل دستگاه معادلات جبری حاصله با استفاده از روش تکرار خط به خط و الگوریتم ماتریس سه قطری انجام شده است. برای حل عددی یک برنامه کامپیوتری به زبان فورترن برگرفته از کد TEACH [۱۳] توسعه داده شده و اصلاحات لازم روی آن انجام گرفته است [۱۴].

۵. بررسی صحت نتایج و عدم وابستگی آن به شبکه

در این قسمت به بررسی صحت نتایج حاصل از کد کامپیوتری مورد استفاده برای حل مسئله پرداخته شده است. عدد ناسلت روی دیواره گرم برای $Pr=0.022$ در اعداد رایلی مختلف با نتایج ارائه شده توسط محمد و ویسکانتا [۱۲] مقایسه شده‌اند. در مقاله ارائه شده توسط آن‌ها، محفظه از پایین گرم و از بالا سرد شده و دیگر دیواره‌ها عایق شده‌اند. همان‌طور که در جدول (۲) دیده می‌شود، نتایج به دست آمده از کد کامپیوتری با نتایج ارائه شده توسط محمد و ویسکانتا تطابق مطلوبی دارند.

جدول (۲): عدد ناسلت متوسط

مقایسه بین نتایج کار حاضر و نتایج محمد و ویسکانتا [۱۲]

اختلاف	محمد و ویسکانتا	کار حاضر	Ra
٪۲/۲	۸/۷۸	۸/۹۸	10^7
٪۲/۱	۲۱/۹۲	۲۱/۴۵	10^8
٪۲/۷	۴۷/۹۶	۴۹/۲۸	10^9

عدد پرانتل بر قدرت جریان جابجایی ناچیز است. در $Ra=10^7$ و $Ha > 100$ یا $Ra=10^8$ و $Ha > 200$ ، عدد پرانتل تأثیر چندانی بر قدرت جریان جابجایی ندارد.

تأثیر تغییرات عدد رایلی و عدد هارتمن در اعداد پرانتل مختلف (۰/۰۵۴، ۰/۰۲۲، ۰/۰۱۱) بر خطوط جریان و خطوط هم‌دما در شکل‌های (۵) و (۶) نشان داده شده است. در اعداد رایلی پایین ($Ra=10^7$) و اعداد پرانتل پایین ($Pr=0/011$) و در نبودن میدان مغناطیسی، دو گردابه ثانویه در کناره‌های محفظه شکل می‌گیرد که با افزایش قدرت میدان مغناطیسی و در نتیجه کاهش قدرت جریان جابجایی (همان‌طور که در شکل (۴) دیده شد)، دو گردابه ثانویه با یکدیگر ترکیب می‌شوند و تشکیل یک گردابه مرکزی را می‌دهند؛ محور این گردابه با افزایش قدرت میدان مغناطیسی در جهت پادساعتگرد منحرف می‌شود. با افزایش عدد رایلی و در نتیجه افزایش نیروهای شناوری، خطوط جریان به سمت دیواره‌ها کشیده می‌شوند. این امر منجر به کوچک شدن ناحیه جریان برای قسمت زیادی از سیال و افزایش سرعت جریان در نزدیکی دیواره‌ها می‌شود، که نتیجه آن، متراکم شدن لایه مرزی هیدرودینامیکی در نزدیکی دیواره‌هاست.

شکل (۶) نشان می‌دهد که در اعداد رایلی پایین و اعداد هارتمن پایین، لایه‌های حرارتی به همراه خطوط هم‌دمای موازی و افقی در ناحیه مرکزی محفظه تشکیل می‌شوند. در این حالت، حرارت توسط جابجایی بین دو لایه حرارتی منتقل می‌شود. با افزایش عدد هارتمن، لایه‌های حرارتی تا حدودی ناپدید می‌شوند و انتقال حرارت بین دیواره‌های گرم و سرد به صورت انتقال حرارت هدایتی انجام می‌شود. همچنین در اعداد رایلی بالا لایه‌های حرارتی تشکیل شده با افزایش عدد هارتمن تا ۶۰۰ ناپدید نمی‌شوند. با افزایش عدد رایلی، گرادیان دما در نزدیکی دیواره‌ها شدیدتر می‌شود و لایه‌های مرزی حرارتی در نزدیکی دیواره‌های گرم و سرد تشکیل می‌شوند. لایه‌های مرزی حرارتی در $Ra=10^9$ باریک‌ترند.

با افزایش عدد هارتمن، گرادیان دما کاهش می‌یابد و لایه‌های مرزی حرارتی ضخیم‌تر می‌شوند، همچنین در قسمت کوچک‌تری از دیواره‌های دما ثابت، گرادیان دما وجود خواهد داشت، در حالی که در بقیه دیواره، دمای سیال با دمای دیواره یکسان است، بنابراین افزایش عدد هارتمن موجب گسترش ناحیه سیال هم‌دما با دیواره‌های دما ثابت می‌شود. همان‌طور که از شکل خطوط هم‌دما دیده می‌شود، تغییر عدد پرانتل اثر اندکی بر نمودار خطوط هم‌دما دارد.

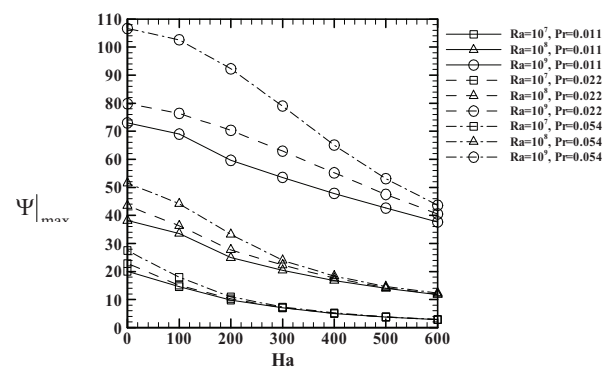
۶. بررسی نتایج

در این قسمت، نتایج به دست آمده برای اعداد رایلی مختلف (10^9-10^7)، اعداد هارتمن مختلف ($600-0$) و اعداد پرانتل مختلف ($0/054, 0/022, 0/011$) ارائه شده است. نتایج به دست آمده به صورت بدون بعد با استفاده از متغیرهای زیر ارائه شده‌اند.

$$X = \frac{x}{L}, Y = \frac{y}{L}, U = \frac{uL}{\alpha}, V = \frac{vL}{\alpha}, \Psi = \frac{\psi}{\alpha}, \theta = \frac{T - T_c}{T_h - T_c} \quad (16)$$

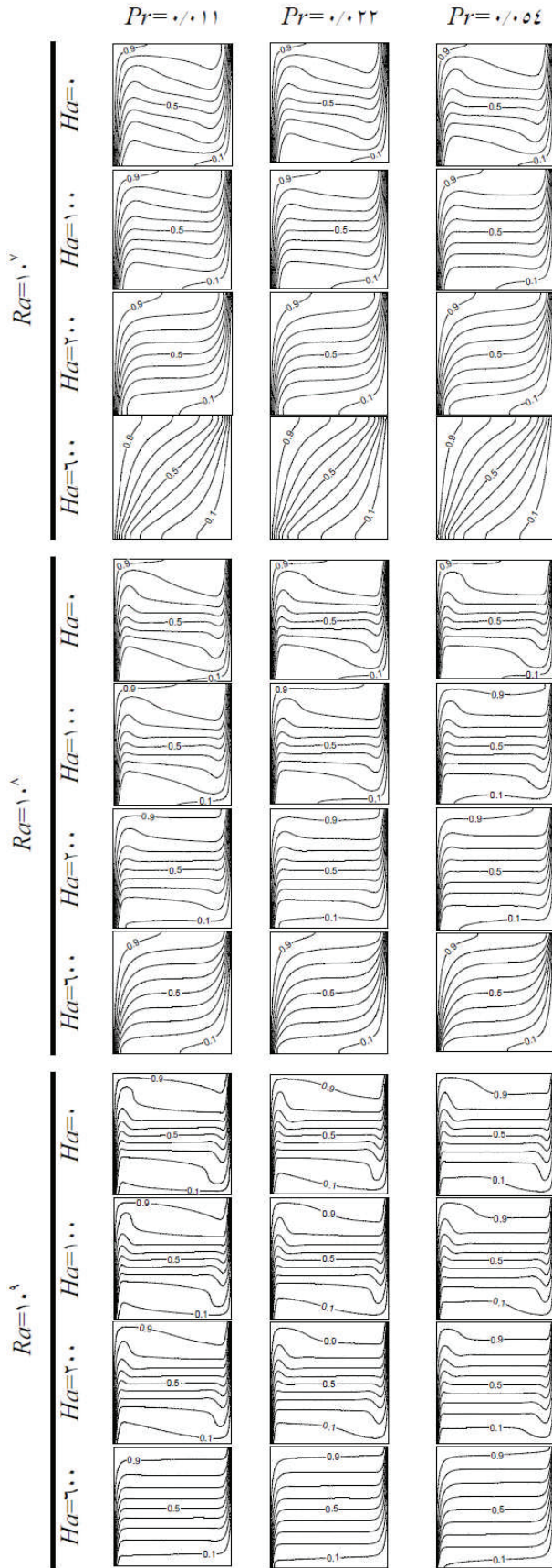
که در آن، X و Y به ترتیب، مختصات بدون بعد در جهت‌های افقی و عمودی، U و V مؤلفه‌های بدون بعد سرعت، θ دمای بدون بعد و Ψ تابع جریان بدون بعد است.

شکل (۴) تغییرات ماکزیمم قدر مطلق تابع جریان را بر حسب عدد هارتمن، برای اعداد رایلی و پرانتل مختلف نشان می‌دهد.

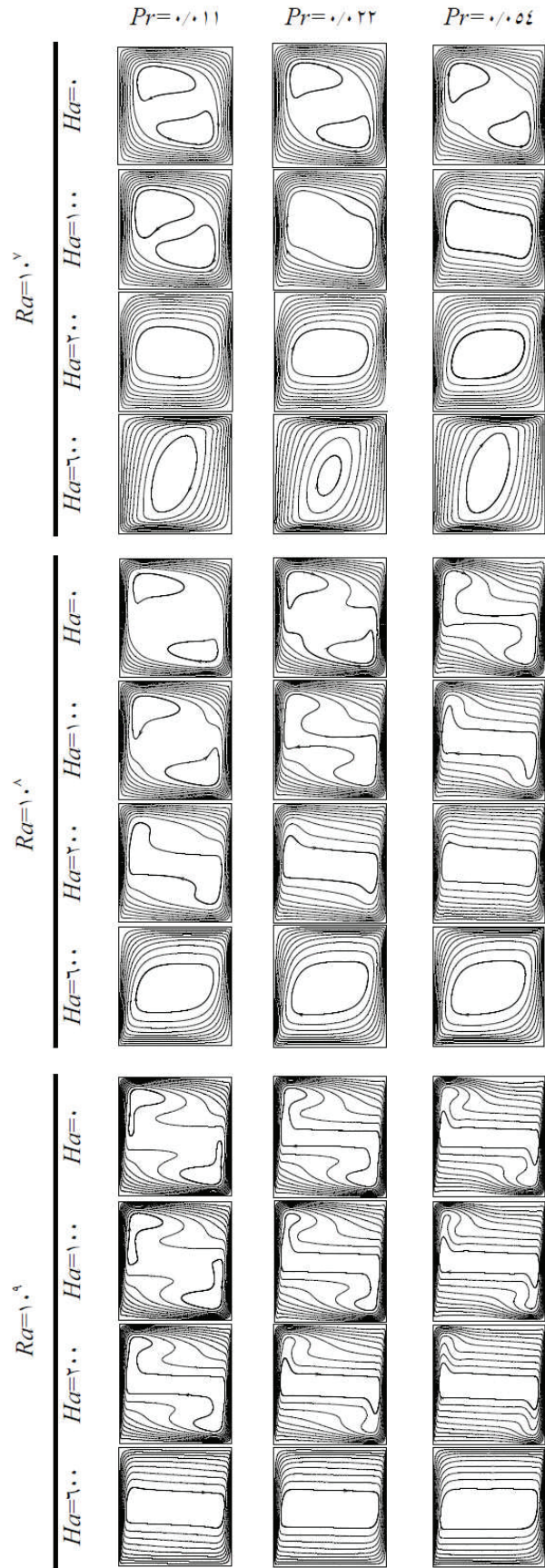


شکل (۴): تغییرات ماکزیمم قدر مطلق تابع جریان بر حسب عدد هارتمن در اعداد رایلی و پرانتل مختلف

همان‌طور که دیده می‌شود، با افزایش عدد هارتمن مقدار $|\Psi|_{max}$ با ثابت نگاه داشتن اعداد پرانتل و رایلی، به علت مسلط شدن نیروی لورنتز بر نیروهای بویانسی کاهش می‌یابد. همچنین قدرت میدان مغناطیسی مورد نیاز برای کاهش دادن $|\Psi|_{max}$ با افزایش عدد رایلی افزایش می‌یابد؛ برای مثال در اعداد $Pr=0/011$ و $Ra=10^7$ ، افزایش عدد هارتمن از صفر تا ۲۰۰ موجب ۵۰٪ کاهش در $|\Psi|_{max}$ می‌شود، در حالی که برای رسیدن به این مقدار کاهش در اعداد رایلی 10^8 و 10^9 ، عدد هارتمن، باید به ترتیب تا ۳۰۰ و ۵۰۰ افزایش یابد. در اعداد رایلی کم ($Ra=10^7$) قدرت جریان جابجایی آزاد کاملاً با استفاده از یک میدان مغناطیسی نسبتاً قوی کاهش می‌یابد. در این شرایط، جریان متلاطم به جریان آرام تبدیل، و از قدرت انتقال حرارت جابجایی کاسته، و انتقال حرارت هدایتی بر جریان حاکم می‌شود. با افزایش عدد رایلی، $|\Psi|_{max}$ به علت افزایش قدرت جریان جابجایی افزایش می‌یابد. همچنین با افزایش عدد پرانتل، $|\Psi|_{max}$ افزایش می‌یابد. در حالت‌هایی که عدد رایلی کم و عدد هارتمن زیاد باشد، تأثیر تغییرات



شکل (۶): خطوط هم‌دما در اعداد رایلی، پراتل و هارتمن مختلف



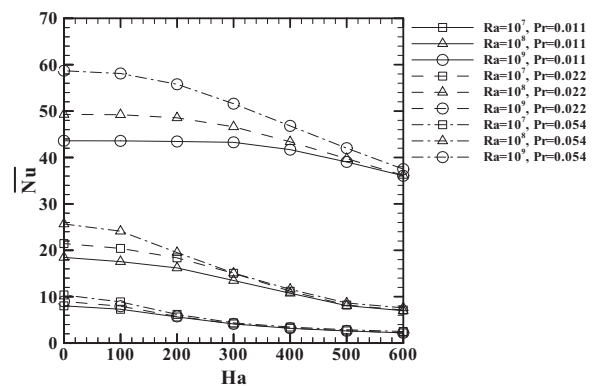
شکل (۵): خطوط جریان در اعداد رایلی، پراتل و هارتمن مختلف

- برای کاهش قدرت جابجایی، میدان مغناطیسی قوی‌تری در اعداد رایلی بالاتر نسبت به اعداد رایلی پایین‌تر مورد نیاز است.
- مقدار ماکزیمم قدر مطلق تابع جریان با افزایش عدد پراتنل افزایش، و با افزایش قدرت میدان مغناطیسی کاهش می‌یابد.
- با افزایش عدد رایلی (افزایش نیروهای شناوری)، خطوط جریان به دیواره‌ها نزدیک می‌شوند و لایه مرزی هیدرودینامیکی در نزدیکی دیواره‌ها متراکم می‌شود.
- با افزایش عدد هارتمن، لایه‌های حرارتی کاهش می‌یابند و تضعیف می‌شوند و انتقال حرارت بین دیواره‌های گرم و سرد توسط هدایت حرارتی انجام می‌شود.
- با افزایش عدد رایلی، لایه‌های مرزی حرارتی در نزدیکی دیواره‌های گرم و سرد شکل می‌گیرند؛ این لایه‌های مرزی در اعداد رایلی بالاتر باریک‌تر می‌شوند.
- افزایش عدد هارتمن موجب گسترش ناحیه سیال هم‌دما با دیواره‌های دما ثابت می‌شود.
- در اعداد رایلی و پراتنل ثابت، عدد ناسلت متوسط بر روی دیواره گرم با افزایش عدد هارتمن کاهش می‌یابد.
- با افزایش عدد پراتنل، عدد ناسلت متوسط روی دیواره گرم افزایش می‌یابد، اما این افزایش برای شرایطی که عدد رایلی پایین و عدد هارتمن بالا باشد، بسیار ناچیز است.

سپاسگزاری

نویسندگان مایل‌اند از معاونت پژوهشی دانشگاه کاشان و گروه مپنا به سبب حمایت مالی از این تحقیق، تقدیر و تشکر کنند.

تأثیر قدرت میدان مغناطیسی بر عدد ناسلت متوسط روی دیواره گرم (\overline{Nu}) در اعداد رایلی و پراتنل مختلف در شکل (۷) نمایش داده شده است. همان‌طور که دیده می‌شود، عدد ناسلت متوسط با افزایش عدد رایلی افزایش می‌یابد؛ این امر به علت افزایش قدرت جابجایی است. نمودارها نشان می‌دهند که \overline{Nu} با افزایش عدد هارتمن و ثابت نگاه داشتن اعداد رایلی و پراتنل کاهش می‌یابد. با افزایش ناحیه سیال هم‌دما با دیواره گرم، از قدرت جابجایی آزاد و ضریب انتقال حرارت کاسته می‌شود. با افزایش عدد هارتمن از صفر تا ۶۰۰ در $Pr=0.11$ ، کاهش عدد ناسلت در رایلی 10^7 بیشترین (بیش از ۷۰٪ کاهش) و در رایلی 10^9 کمترین (کمتر از ۲۰٪ کاهش) است. این روند در دیگر اعداد پراتنل نیز به طور کیفی مشاهده می‌شود، بنابراین تضعیف انتقال حرارت جابجایی آزاد در اعداد رایلی بالا نیازمند میدان مغناطیسی بسیار قوی‌تر است. همچنین دیده می‌شود که با افزایش عدد پراتنل عدد ناسلت متوسط افزایش می‌یابد؛ اگرچه این افزایش در اعداد رایلی پایین و هارتمن بالا ناچیز است. همان‌طور که مشاهده شد، در اعداد رایلی 10^7 و 10^8 افزایش عدد ناسلت بر اثر افزایش عدد پراتنل به ترتیب برای $Ha > 100$ و $Ha > 300$ ناچیز است.



شکل (۷): تغییرات عدد ناسلت متوسط روی دیواره گرم برحسب هارتمن در اعداد رایلی و پراتنل مختلف

۷. نتیجه‌گیری

در مقاله حاضر، به بررسی تأثیر اعمال یک میدان مغناطیسی ثابت بر میدان جریان و میدان دما در جابجایی آزاد متلاطم درون یک محفظه دو بعدی حاوی فلز مایع با اعداد پراتنل ۰/۱۱، ۰/۲۲ و ۰/۵۴ پرداخته شد. به منظور دستیابی به نتایج مناسب، تأثیر اعداد بدون بعد از قبیل عدد رایلی، عدد پراتنل و عدد هارتمن بر میدان جریان، میدان دما و ضریب انتقال حرارت بررسی شد. بر طبق نتایج عددی به دست آمده، نکات زیر قابل ذکر است:

فهرست علائم

مختصات‌های بدون بعد	X, Y		
	حروف یونانی	میدان مغناطیسی اعمالی (Tesla)	B_0
ضریب پخش حرارتی سیال (m^2/s)	α	شتاب جاذبه (m/s^2)	g
ضریب انبساط حجمی ($1/K$)	β	تولید انرژی جنبشی توسط نیروهای برشی (J)	G_k
دمای بدون بعد	Θ	عدد هارتمن	Ha
ضریب پخش ($kg/m.s$)	Γ	انرژی جنبشی متلاطم (m^2/s^2)	K
نرخ اضمحلال انرژی (m^2/s^3)	ε	ارتفاع و عرض محفظه (m)	L
ویسکوزیته سیال ($kg/m.s$)	μ	عدد ناسلت متوسط	\overline{Nu}
ویسکوزیته سینماتیک سیال (m^2/s)	ν	فشار (N/m^2)	p
چگالی سیال (kg/m^3)	ρ	فشار بدون بعد	P
تابع جریان (m^2/s)	ψ	عدد پراتل	Pr
تابع جریان بدون بعد	Ψ	عدد رایلی	Ra
	اندیس	دما (K)	T
موثر	eff	دمای دیواره سرد (K)	Tc
متلاطم	t	دمای دیواره گرم (K)	Th
		مؤلفه‌های سرعت (m/s)	u, v
		مؤلفه‌های بدون بعد سرعت	U, V
		مختصات‌های کارتزین	x, y



مراجع

- [1] Stefanescu, D. M. *Casting, ASM hand book*, Vol. 15, ASM International Publisher, 1998.
- [2] Oreper, G. M., Szekely, J., "The effect of an externally imposed magnetic field on buoyancy driven flow in a rectangular cavity", *Journal of Crystal Growth*, Vol. 64, pp. 505-515, 1983.
- [3] Ozoe, H., Maruo, M., "Magnetic and gravitational natural convection of melted silicon two-dimensional numerical computations for the rate of heat transfer", *J.S.M.E.*, Vol. 30, pp. 774-784, 1987.
- [4] Garandet, J. P., Alboussiere, T., Moreau, R., "Buoyancy drive convection in a rectangular enclosure with a transverse magnetic field", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 35, No. 4, pp. 741-748, 1992.
- [5] Rudraiah, N., Barron, R. M., Venkatachalappa, M., Subbaraya, C. K., "Effect of a magnetic field on free convection"

- in a rectangular enclosure", Int. J. Engng Sci., Vol. 33, No. 8, pp. 1075-1084, 1995.
- [6] Jalil, J. M., Murtadha, T. K., Al-Tae'y, K. A., "Three-dimensional computation of turbulent natural convection in the presence of magnetic field", J. Indian Inst. Sci., Vol. 86, pp. 705-721, 2006.
- [7] Jalil, J. M., Al-Tae'y, K. A., "The Effect of Nonuniform Magnetic Field on Natural Convection in an Enclosure", J. Numerical Heat Transfer, Part A: Applications, Vol. 51, No. 9, pp. 899-917, 2007.
- [8] Yamamoto, Y., Kunugi, T., Satake, S., Smolentsev, S., "DNS and $k-\varepsilon$ model simulation of MHD turbulent channel flows with heat transfer", Fus. Eng.Des, Vol. 83, pp. 1309-1312, 2008.
- [9] Kakac, S. S., Shah, R. K., Aung, W., Handbook of Single Phase Convection Heat Transfer, John Wiley & Sons, 1987.
- [10] Smolentsev, S., Abdou, M., Kunugi, T., "Development and Adjustment of $k-\varepsilon$ Turbulence Model for MHD Channel Flows with Large Aspect Ratio in a Transverse Magnetic Field", Proc. 4th Int. Conf. MHD at Dawn of 3rd Millennium, Presquile de Giens, France, September 18-22, 2000.
- [11] Launder, B. E., Spalding, D. B., Lectures in Mathematical Models of Turbulence, Academic Press, London, England, 1972.
- [12] Mohamad, A. A., Viskanta, R., "Modeling of Turbulent Buoyant Flow and Heat Transfer in Liquid Metals", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 36, No. 11, pp. 2815-2826, 1993.
- [13] Patankar, S. V., Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, Hemisphere, Washington DC, 1980.
- [۱۴] امیر النجری، مطالعه عددی تأثیر اعمال یک میدان مغناطیسی ثابت بر جابجایی آزاد متلاطم در یک محفظه دو بعدی، پایان نامه کارشناسی ارشد، گروه مهندسی مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه کاشان، ۱۳۸۸.
- [15] Henkes, R. A. W. M., Hoogendoorn, C. J., "Comparison Exercise for Computations of Turbulent Natural Convection in Enclosures", Numerical Heat Transfer, Part B: Fundamentals, Vol. 28, No. 1, pp. 59-78, 1995.