

## مقایسه مدل‌های زیرشبکه‌ی اغتشاشی برای مدل‌سازی آتش استخری بزرگ مقیاس به روش شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ

هادی پاسدارشهری<sup>1\*</sup>، قاسم حیدری‌نژاد<sup>2</sup>، کیومرث مظاهری<sup>3</sup>

<sup>1</sup> دانشجوی دکتری گروه تبدیل انرژی، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران

pasdar@modares.ac.ir

<sup>2</sup> استاد گروه تبدیل انرژی دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران

gheidari@modares.ac.ir

<sup>3</sup> استاد گروه تبدیل انرژی دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران

kiumars@modares.ac.ir

دریافت مقاله: 91/8/9 اصلاحیه: 91/11/1

پذیرش مقاله: 91/12/27

**چکیده:** در این مقاله، مدل‌های زیرشبکه‌ی اسماگورینسکی و یک‌معادله‌ای ساده در روش شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ برای مدل‌سازی آتش استخری، در مقیاس بزرگ مقایسه شده‌اند. شبیه‌سازی برای آتش استخری متان با قطر سوخت ورودی یک متر و حرارت آزاد شده 2/07 مگاوات صورت گرفته است. بر اساس مدل کسر مخلوط و واکنش تک‌مرحله‌ای، تغییرات لحظه‌ای سرعت عمودی و متوسط سرعت‌های عمودی، افقی و انرژی جنبشی اغتشاشی محاسبه و با مقادیر تجربی موجود مقایسه شده‌اند. مدل یک‌معادله‌ای و اسماگورینسکی، میزان تغییرات سرعت عمودی را به ترتیب با 7 و 12 درصد اختلاف نسبت به نتایج تجربی، تخمین می‌زنند. مدل یک‌معادله‌ای به دلیل حل معادله‌ی اضافی انرژی جنبشی، حدود 16 درصد بیشتر از مدل اسماگورینسکی زمان حل دارد. هر دو مدل مقادیر متوسط سرعت عمودی و افقی را با دقت قابل قبولی برآورد می‌کنند. اختلاف مدل یک‌معادله‌ای در تخمین سرعت افقی و عمودی با مدل اسماگورینسکی در حدود 4 و 5 درصد است. در مواردی که رفتار نوسانی جریان مورد نظر باشد، مدل یک‌معادله‌ای مناسب‌تر است، اما در مواردی که مقادیر متوسط جریان اهمیت دارد، گرچه مدل یک‌معادله‌ای دقت بالاتری در بیشتر نقاط میدان حل ارائه می‌دهد، ولی به دلیل افزایش زمان محاسباتی، استفاده از مدل اسماگورینسکی قابل قبول است.

**واژه‌های کلیدی:** آتش استخری، شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ، مدل زیرشبکه‌ی اسماگورینسکی، مدل زیرشبکه‌ی تک‌معادله‌ای.

## 1. مقدمه

لرزم به کارگیری ایمن آتش در فضاهای مختلف موجب شده است که آگاهی از فرآیند آن به منظور کنترل این پدیده مورد توجه قرار گیرد. به طور کلی، سوختن یا احتراق از نظر امکان کنترل آن دو گونه است: نوع اول، احتراق کنترل شده می‌باشد که در واقع نوعی احتراق مفید است و در بسیاری از صنایع مورد استفاده قرار می‌گیرد. نمونه‌هایی از این احتراق در موتورهای احتراقی، مشعل‌ها و کوره‌ها مشاهده می‌شود؛ نوع دوم آن، احتراق کنترل نشده است؛ این نوع احتراق اغلب در اثر یک بی‌احتیاطی آغاز می‌شود. آتش‌سوزی جنگل‌ها و خانه‌ها و... نمونه‌هایی از این احتراق می‌باشند. آتش‌سوزی در واقع احتراقی کنترل نشده است که اغلب موجب خسارات شدید جانی و مالی می‌شود.

در جوامع مدرن امروزی سرمایه‌گذاری در خصوص مباحث ایمنی در آتش به دلیل آگاهی از اثرات مخرب آن اجتناب‌ناپذیر است. مطابق آمار رسمی منتشر شده در ایالات متحده، خسارات ناشی از آتش‌سوزی در دهه 70 میلادی در حدود 11 میلیارد دلار در سال تخمین زده شده است. این آتش‌سوزی‌ها سالانه منجر به فوت حدود 12000 نفر شده است. بهره‌گیری از سیستم‌های آتش‌نشانی و مهار آتش، این تعداد را به 4126 نفر در سال 1998 رسانده است [1]. این امر موجب شده که توجه به دانش آتش و آگاهی از روش‌های مهار آن، بیش از پیش مورد توجه قرار گیرد و سرمایه‌گذاری‌های گسترده‌ای در این خصوص انجام شود، به طوری که در سال 2006، در ایالات متحده، هزینه‌ای بالغ بر 317 میلیارد دلار برای پیش‌بینی، پیش‌گیری و مهار آتش استفاده شده است [2].

چگونگی و مسیر انتشار آتش و دود، میزان حرارت تولیدشده و انتقال‌یافته به محیط، شدت تغییرات پارامترهای ترموشیمیایی (نظیر دما، فشار و کسر مولی گونه‌های شیمیایی)، از مهم‌ترین مواردی است که در مدل‌سازی اهمیت دارد. این موارد کمک زیادی به طراحان و مهندسان در سیستم اطفای حریق می‌کند. با مدل‌سازی آتش می‌توان در محاسبه میزان خاموش‌کننده‌های مورد نیاز، جانمایی حسگرها و هشداردهنده‌ها، کنترل آتش، تعیین نواحی خطر و راه‌های فرار تصمیم‌گیری نمود.

روش‌های مدل‌سازی میدانی در واقع از اصول دینامیک سیالات محاسباتی برای حل معادلات بقا استفاده می‌کنند. این روش‌ها در اواخر دهه 70 میلادی با توسعه برنامه کامپیوتری UNDSAFE-I توسط یانگ و چانگ شروع شد [3]. به دنبال آن در دهه‌های 80 و 90 میلادی برنامه‌های JASMINE (توسط مرکز تحقیقات آتش انگلستان) و FLOW-3D به کار گرفته شد که از قواعد مدل‌سازی میدانی استفاده می‌کردند. در تمامی این برنامه‌های کامپیوتری از مدل اغتشاشی  $k-\epsilon$  استفاده می‌شد [3]. لیو و ون [4] مدل  $k-\epsilon$  برای جریان با رینولدز پایین (ارائه شده توسط لاندیر) و مدل  $k-\epsilon$  را که

توسط هنجالیک ارائه شده بود، برای شعله غیر پیش‌آمیخته در ناحیه جریان شناوری بالای آتش به کار بردند. مدل هنجالیک معادلات انتقال جدیدی برای محاسبه عبارت‌های شار و اتلاف حرارتی حل می‌کند. نتایج ایشان نشان می‌دهد با اضافه شدن اثر نیروی شناوری در معادله انتقال انرژی جنبشی اغتشاشی در مدل دوم، نتایج بهتری در شبیه‌سازی آتش و جریان شناوری بالای شعله غیر پیش‌آمیخته آتش حاصل می‌شود. همچنین آن‌ها در بررسی‌های انجام شده، استفاده از مدل لاندیر را برای آتش نامناسب دانسته‌اند، زیرا هماهنگی خوبی با نتایج آزمایشگاهی ندارد [4]. تأثیرپذیری جریان شناوری بالای شعله از نیروهای حرارتی و مکانیکی و عدم در نظر گرفتن این اثر در مدل استاندارد  $k-\epsilon$  مهم‌ترین دلیل عدم توانایی این مدل در شبیه‌سازی آتش است. پینین و همکاران [5]، مدل‌های مختلف تابش را برای شبیه‌سازی آتش سوخت JP-8 به کمک مدل اغتشاشی RANS به کار بردند؛ نتایج به دست آمده نشان می‌دهد استفاده از مدل مونت کارلو برای تابش، دقت بالاتری نسبت به سایر روش‌ها دارد، اما این مدل زمان محاسباتی بیشتری نیاز دارد. ژو و همکاران [6]، مدل‌های احتراقی مختلف را برای شبیه‌سازی آتش در فضاهای بسته تک‌اتاقی، فضای بسته (راهرو) با نسبت منظری (عرض به طول) 4 و داخل تونل مقایسه کردند. در این تحقیق، از مدل اغتشاشی  $k-\epsilon$  برای جریان رینولدز پایین استفاده شد. منبع آتش در مطالعه تک‌اتاق سوخت متان بود. نتایج تحقیق ایشان برای تک‌اتاق نشان می‌دهد که مدل‌های احتراقی استفاده شده در تخمین دما و سرعت در اطراف شعله که تغییرات دما و سرعت شدید است، ناتوان هستند. این نتیجه نشان می‌دهد که اثر متقابل احتراق و اغتشاش در مدل‌سازی به خوبی لحاظ نشده است. یئو و همکاران [7]، با استفاده از روش RANS اصلاح‌شده برای جریان‌های شناوری، برای فضاهای تک‌اتاقی، دو اتاقی و چند اتاقی که نتایج تجربی آن‌ها موجود بود، جریان القایی آتش را مدل کردند. در فضای تک‌اتاقی با در نظر گرفتن شعله ناشی از سوخت گازی و عدم حضور سوخت جامد، مدل‌های احتراقی شکست‌گرا به شعله آرام با و بدون در نظر گرفتن اتلاف حرارت تابشی بررسی شدند. بررسی‌ها نشان می‌دهد برای دستیابی به نتایج دقیق‌تر، اتلاف حرارتی تابش باید لحاظ شود. برای هر دو مدل، نتایج به دست آمده برای دمای گاز با در نظر گرفتن اتلاف تابش، با نتایج تجربی در نزدیکی سقف اختلاف دارد، در حالی که میزان سرعت جریان در نقاط مختلف، دقت بالایی دارد. یئو و همکاران [8]، جریان القایی آتش پروپان 300 کیلوواتی را برای ساختمان یک طبقه چند اتاقی، با استفاده از مدل RANS اصلاح شده شبیه‌سازی کردند. مدل مورد استفاده، دما را با تقریب قابل قبولی تخمین می‌زند. پیش‌بینی مدل از غلظت CO و CO<sub>2</sub> اندکی ضعیف است. محققان این کار نیز، اصلاح مدل اغتشاشی را برای بررسی‌های بیشتر رفتار آتش پیشنهاد کردند. مطالعات گذشته نشان می‌دهد که گونه‌های شیمیایی تولید شده بر نرخ توزیع حرارت تابشی و سهم سازوکارهای انتقال حرارت در

بعدی بوده است، نشان‌دهنده دقت بالاتر این روش در شبیه‌سازی جریان شناوری آتش است. با توجه به آنکه در مدل به کار برده شده آتش به صورت عناصر حرارتی لاگرانژی است، برای افزایش دقت روش، تعداد این عناصر و میزان حرارت آزاد شده برای هر کدام در گام‌های زمانی مختلف باید به درستی تعیین شود. در این مطالعه به دلیل عدم استفاده از مدل احتراقی مناسب، امکان تخمین غلظت محصولات احتراق وجود ندارد. این مدل برای مواردی که تنها توزیع جریان و دما در میدان حل اهمیت دارد، می‌تواند به کار برده شود. وانگ و همکاران [15]، رفتار جریان شناوری القایی آتش کنار دیوار عمودی را با روش LES بررسی کردند. در این تحقیق، از مدل زیرشبکه‌ای اسماکورینسکی استفاده شد. در این کار برای مدل‌سازی احتراق، مدل کسر مخروط به کار برده شد. ایجاد آتش در دیوار جامد در اینجا به صورت مجازی و با تزریق پروپان در ماده متخلخل روی دیوار انجام گرفت. نتایج نشان می‌دهد که سهم انتقال حرارت تابشی برای جریان مورد استفاده با افزایش تزریق سوخت تا 50 درصد افزایش می‌یابد. همچنین رفتار آتش در کنار دیوار به صورت کاملاً وابسته به زمان و سه بعدی است. یکی از منابع خطای این تحقیق، در نظر نگرفتن آثار اغتشاش در مدل احتراقی زیرشبکه است. چو و زو [16]، به کمک برنامه کامپیوتری FDS تغییر فشار را در اتاق بسته آتش گرفته بررسی و با مطالعات تجربی مقایسه کردند و نشان دادند که FDS در تخمین مقدار حرارت آزاد شده در اتاق آتش، فاقد خروجی هوا که با افزایش فشار توأم است، دقت لازم را ندارد. اصلاح واکنش‌های شیمیایی و استفاده از سینتیک‌های کامل‌تر برای بهبود نتایج پیشنهاد شده است.

همان‌طور که دیده می‌شود، عمده مطالعات پیشین درباره روش شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ با مدل زیرشبکه‌ای اسماکورینسکی صورت گرفته است. در مطالعه حاضر، علاوه بر مدل اسماکورینسکی، مدل زیرشبکه‌ای یک‌معادله‌ای هم به کار برده شده است تا آثار این مدل‌ها بررسی شود. همچنین برای اثرپذیری کمتر سایر مشخصه‌ها، شبیه‌سازی برای آتش استخری متان در محیط باز صورت گرفته است.

## 2. معادلات حاکم

در جریان مغشوش احتراقی، از متوسط‌گیری وزنی برای معادلات حاکم استفاده می‌شود. متوسط وزنی به صورت رابطه (1) نوشته می‌شود [3]:

$$\tilde{\phi}(x_i, t) = \frac{\rho \phi(x_i, t)}{\bar{\rho}} \quad (1)$$

بنابراین قسمت حل نشده از رابطه (2) به دست می‌آید:

$$\phi(x_i, t) = \tilde{\phi}(x_i, t) + \phi''(x_i, t) \quad (2)$$

گردابه‌های بزرگ مقیاس که بر اختلاط گازها حاکم‌اند، به طور مستقیم حل می‌شوند. مدل کردن مقیاس زیرشبکه از مشکلات

هنگام آتش‌سوزی اثر قابل توجهی دارند؛ بنابراین، عدم پیش‌بینی صحیح آن‌ها بر میزان نرخ حرارت تابشی اثر گذاشته و نتایج حاصل را از واقعیت دور می‌کند؛ برای مثال بر اساس مطالعات تجربی مارکاتوس و همکاران در مورد آتش [9]، در حدود 20 درصد انرژی کل آتش در مدل‌های میدانی به صورت تابشی است که باعث تغییر توزیع توده حرارتی<sup>1</sup> بالای شعله می‌شود.

با توجه به تحقیقات گذشته، مدل شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ دارای دقت بالاتری و البته هزینه محاسباتی بالاتر، نسبت به مدل RANS است. از طرف دیگر، یکی از معایب RANS عدم توانایی آن پیش‌بینی گردابه‌های بزرگ کنترل‌کننده فرآیند اختلاط است [10]. با پیشرفت توان محاسباتی کامپیوترها، توجه به مدل‌های LES برای بهره‌مندی از دقت بالاتر این روش‌ها بیشتر شد [11]. اولین مطالعه شاخص در زمینه استفاده از LES در تعیین حرکت دود حاصل از آتش توسط مک‌گراتان و همکاران [12] در مؤسسه ملی استاندارد و تکنولوژی ایالات متحده انجام شد. در مطالعه ایشان، روش LES با مدل زیرشبکه‌ای اسماکورینسکی<sup>2</sup> برای تعیین حرکت دود جریان القایی توسط آتش در محیط باز و بسته مورد ارزیابی قرار گرفت. در این تحقیق، مدل‌سازی احتراق با روش کسر مخلوط انجام شد. در این مدل، آتش مجموعه‌ای از عناصر لاگرانژی فرض شد که از خود حرارت آزاد می‌کنند. منظور آن است که نرخ حرارت آزاد شده بین تعدادی ذره جامد با توزیع معین تقسیم می‌شود. این ذرات جامد جایگزین دود می‌گردد و جریان القایی روی آتش به آن‌ها اعمال می‌شود. در واقع، نرخ حرارت آزاد شده توسط آتش، به عنوان پارامتر ورودی استفاده شد. آثار اتلاف تابش در این مطالعه اعمال نشده است.

نتایج میدان دما و سرعت مرجع [12] برای دو نمونه مورد بررسی، با نتایج تجربی سازگاری خوبی دارد. این مطالعه پایه‌ای منجر به توجه محققان به استفاده از LES در شبیه‌سازی آتش شد. ژانگ و همکاران [13]، جریان القایی آتش داخل فضای بسته یک‌اتاقی را به روش LES با مدل زیرشبکه‌ای اسماکورینسکی، مدل و مشخصه‌های اغتشاشی جریان را محاسبه کردند. گرچه عنوان این تحقیق، شبیه‌سازی اتاق آتش بود، اما به دلیل استفاده از منبع حرارتی به جای آتش واقعی، هیچ مدل احتراقی استفاده نشده است و حرارت آزاد شده به صورت عبارت تولید در معادله انرژی اعمال می‌شود. مقایسه نتایج با نتایج تجربی، نشان‌دهنده ضعف مدل در پیش‌بینی دما و مشخصه‌های اغتشاشی است. خطای مدل مورد استفاده در نزدیکی سقف و با نزدیک شدن به مرز جامد افزایش می‌یابد. مدل‌سازی جریان مغشوش شناوری حاصل از آتش استخری متان و هلیوم توسط زین و همکاران [14] به روش LES و با فرضیات و روش مشابه مرجع [12] انجام شد. مقایسه نتایج به دست آمده با مطالعات پیشین که به صورت دو

1. Plum
2. Sub-grid Scale (SGS)
3. Smagorinsky

$$\frac{\partial \bar{\rho} \tilde{h}}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{h})}{\partial x_j} = \frac{D\bar{p}}{Dt} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \bar{\rho} \left( D + \frac{v_t}{Pr_t} \right) \frac{\partial \tilde{h}}{\partial x_j} \right) + q_r + q_{comb} \quad (12)$$

در این رابطه،  $Pr_t$  پراتل اغتشاشی است که مقدار ثابت 1 برای آن در نظر گرفته می‌شود [3].  $q_r$  شار حرارت تابشی است. انرژی حاصل از احتراق با استفاده از مدل احتراقی، تعیین و به معادله انرژی اضافه می‌شود. معادله حالت (قانون گاز کامل) در این حالت به صورت رابطه (13) بیان می‌شود:

$$\bar{p} = \bar{\rho} \frac{R_u}{M} \tilde{T} \quad (13)$$

مدل احتراقی به کار گرفته شده، روش کسر مخلوط با فرض انجام بسیار سریع واکنش‌هاست. این بدان معناست که انجام واکنش‌های شیمیایی بسیار سریع‌تر از مقیاس زمانی پخش و انتقال جریان است و در نتیجه به محض ارتباط سوخت و اکسیدکننده، احتراق صورت می‌گیرد. کسر مخلوط، کمیت بقایی غیرفعال است که به صورت نسبت مقدار محلی سوخت به اکسیدکننده تعریف می‌شود.

$$Z = \frac{sY_f - Y_o + 1}{1+s} \quad (14)$$

در این رابطه،  $Y_o$  و  $Y_f$  به ترتیب کسر جرمی سوخت و اکسیدکننده است. همچنین  $s$  ضریب استوکیومتری است. شار جرمی اغتشاشی حاصل از متوسط‌گیری وزنی معادله کسر مخلوط نیز بر اساس لزجت گردابه‌ای به دست می‌آید:

$$M_j = -\bar{\rho} (\tilde{Z}u_j - \tilde{Z}\tilde{u}_j) = \frac{\mu_t}{Sc_t} \frac{\partial \tilde{Z}}{\partial x_j} \quad (15)$$

معادله فیلتر شده بقای کسر مخلوط را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\frac{\partial \bar{\rho} \tilde{Z}}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{\rho} \tilde{u}_j \tilde{Z})}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \bar{\rho} \left( D + \frac{v_t}{Sc_t} \right) \frac{\partial \tilde{Z}}{\partial x_j} \right) \quad (16)$$

مقدار کسر مخلوط در مسیر سوخت، یک و جایی که فقط اکسیدکننده است، صفر می‌باشد. در رابطه (15)،  $Sc_t$  عدد اشمیت<sup>1</sup> اغتشاشی است که به صورت تجربی مقدار ثابت (1/0) برای آن در نظر گرفته می‌شود [3]. علاوه بر معادله کسر مخلوط، معادله انتقال کسر جرمی سوخت نیز حل می‌شود تا به کمک آن بتوان معادلات احتراقی جریان را تکمیل کرد.

$$\frac{\partial \bar{\rho} \tilde{Y}_f}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{\rho} \tilde{u}_j \tilde{Y}_f)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \bar{\rho} \left( D + \frac{v_t}{Sc_t} \right) \frac{\partial \tilde{Y}_f}{\partial x_j} \right) + R \quad (17)$$

در این رابطه،  $R$ ، نرخ مصرف سوخت است که از رابطه (18) به دست می‌آید:

$$R = \frac{\rho}{\Delta t C_c} \min(\tilde{Y}_f, \frac{\tilde{Y}_o}{s}) \quad (18)$$

پیش‌روی روش‌های LES است. تنش‌های زیرشبکه با لزجت گردابه‌ای معرفی می‌شود که طول مشخصه آن با اندازه فیلتر و زمان مشخصه آن با توجه به نرخ اتلاف محلی انرژی تعیین می‌شود. تنش رینولدزی SGS که از معادلات متوسط‌گیری حاصل می‌شود، به صورت رابطه (3) نوشته می‌شود [3]:

$$\bar{\tau}_{ij,SGS} = \bar{\rho} \widetilde{u_i u_j} - \bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_j = -2\mu_t^{SGS} \tilde{S}_{ij} + \frac{1}{3} \tau_{kk} \delta_{ij} \quad (3)$$

$$\tilde{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{1}{3} \frac{\partial \tilde{u}_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \quad (4)$$

$$\mu_t^{SGS} = \bar{\rho} C_1 \Delta^2 |\tilde{S}_{ij}| \quad (5)$$

در این رابطه،  $\Delta$  پهنای فیلتر است که از رابطه (6) به دست می‌آید:

$$\Delta = (\Delta x \Delta y \Delta z)^{1/3} \quad (6)$$

پهنای فیلتر، نشان‌دهنده کوچک‌ترین مقیاس میدان است و با توجه به اندازه شبکه محاسباتی تعیین می‌شود. به این ترتیب، معادلات متوسط‌گیری شده، پس از ساده‌سازی به صورت روابط (7) و (8) نوشته می‌شوند:

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho} \tilde{u}_j}{\partial x_j} = 0 \quad (7)$$

$$\frac{\partial \bar{\rho} \tilde{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} \quad (8)$$

$$+ \frac{\partial}{\partial x_j} \left( (\mu + \mu_t^{SGS}) \left( \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} \right) \right) + \rho g_i \quad i = 1, 2, 3$$

ضریب  $C_1$  در رابطه (5) مقداری تجربی است. مقدار نرخ کرنش

$$|\tilde{S}_{ij}| \quad \text{از رابطه (9) محاسبه می‌شود [3]:}$$

$$|\tilde{S}_{ij}| = \sqrt{2 \tilde{S}_{ij} \tilde{S}_{ij}} \quad (9)$$

تانسور  $\tau_{kk}$  نیز با توجه به رابطه (10) مدل می‌شود:

$$\tau_{kk} = 2\bar{\rho} C_k \Delta^2 |\tilde{S}_{ij}| \quad (10)$$

الریاچر و همکاران نشان دادند که در محاسبات کاربردی، مقدار  $\tau_{kk}$  به دلیل آنکه  $C_k \ll C_1$  قابل صرف نظر کردن است [3]. مقدار ضریب اسمگورینسکی  $C_s = \sqrt{C_1}$  برای جریان‌های مختلف، متفاوت است. این مقدار به طور کلی در محدوده  $0.065 < C_s < 0.3$  قرار دارد [3]. مطالعات تنوری مختلفی برای تعیین ضریب اسمگورینسکی در جریان‌های مختلف صورت گرفته است؛ برای مثال، وانگ و همکاران [15] مقدار 0/16 را برای آتش کنار دیوار پیشنهاد کردند. مقدار این ضریب با توجه به رژیم جریان و مطالعات تجربی تعیین می‌شود [3]. با متوسط‌گیری معادله انرژی، شار حرارتی اغتشاشی ایجاد می‌شود که این شار را می‌توان به صورت رابطه (11) مدل کرد:

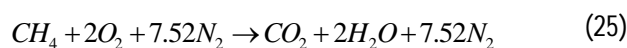
$$H_j = -\bar{\rho} (\widetilde{hu}_j - \tilde{h}\tilde{u}_j) = \frac{\mu_t}{Pr_t} \frac{\partial \tilde{h}}{\partial x_j} \quad (11)$$

معادله انرژی پس از ساده‌سازی به صورت رابطه (12) نوشته می‌شود:

استفاده شده است. همچنین الگوریتم سیمپل برای برطرف کردن وابستگی کمیت‌های اسکالر استفاده شده است [17].

### 3. مطالعه موردی: آتش استخری متان

آتش استخری متان با شار دبی سوخت ورودی  $\dot{m}'' = 0.053 \text{ kg.m}^{-2}\text{s}^{-1}$  و قطر سوخت ورودی  $D=1\text{m}$  در نظر گرفته شده است. واکنش یک مرحله‌ای متان به صورت رابطه (25) است:



برای شبیه‌سازی مسئله تشریح شده، ناحیه محاسباتی به صورت مکعبی با طول، عرض و ارتفاع، 3 متر در نظر گرفته شد. به منظور دستیابی به نتایج مستقل از شبکه محاسباتی، لازم است در ابتدا شناخت کافی نسبت به محدوده مقیاس طولی حل حاصل شود. مقیاس طولی مناسب برای حل مسئله شامل توده حرارتی آتش و جریان شناوری حاصل از آن بر اساس نرخ حرارت آزاد شده از آن، توسط رابطه (26) تعریف می‌شود [12]:

$$L^* = \left( \frac{q_{\text{comb}}}{\rho_{\infty} T_{\infty} C_p \sqrt{g}} \right)^{0.4} \quad (26)$$

این طول مشخصه در واقع برآوردی از ناحیه اثرپذیر در اطراف آتش استخری است. به طور کلی، هنگامی که برای این مقیاس طولی حداقل 10 شبکه محاسباتی در نظر گرفته شود، مقادیر بزرگ مقیاس که از حل مستقیم معادلات به دست می‌آید و در واقع توسط لزجت واقعی کنترل و محاسبه می‌شوند، به درستی حل می‌شود [12]. البته توجه شود که این یک برآورد از میزان شبکه محاسباتی است و روند دستیابی به جواب‌های مستقل از اندازه شبکه محاسباتی باید در حل عددی انجام شود. در اینجا برای نرخ حرارت آزاد شده 2/07 مگاوات طول مشخصه از مرتبه حدود 1/3 متر است. بنابراین برای حل صحیح بزرگ مقیاس لازم است که اندازه شبکه از مرتبه 13 سانتی‌متر باشد. برای این مسئله از شبکه‌ای با ساختار نشان داده شده در شکل (1) استفاده شده است. در محدوده مقیاس طولی محاسبه شده، تراکم شبکه به منظور پیش‌بینی دقیق‌تر پدیده‌های نوسانی، بیشتر در نظر گرفته شد.

در این رابطه،  $\Delta t$ ، گام زمانی حل و  $C_c$ ، ثابت مدل است. بدین ترتیب با حل معادلات انتقال برای کسر مخلوط و کسر جرمی سوخت و در نهایت با استفاده از رابطه (14) می‌توان مقدار کسر جرمی اکسیدکننده را به دست آورد. مقدار انرژی حاصل از احتراق که باید در معادله انرژی لحاظ شود، از رابطه (19) به دست می‌آید:

$$q_{\text{Comb}} = -R\Delta h_c \quad (19)$$

در این رابطه،  $\Delta h_c$  گرمای حاصل از احتراق است. یکی دیگر از مدل‌های زیرشبکه LES، مدل یک معادله‌ای است. در این مدل معادله، انتقال برای انرژی جنبشی اغتشاشی حل می‌شود [3]. مقدار لزجت گردابه‌ای با توجه به انرژی جنبشی اغتشاشی تعیین می‌شود.

$$\mu_T^{SGS} = \bar{\rho} C_k \Delta \sqrt{k_{SGS}} \quad (20)$$

مقدار  $C$  در رابطه فوق با توجه به مطالعات تئوری ساگیت 0/069 در نظر گرفته می‌شود [3]. معادله انتقال برای محاسبه توزیع انرژی جنبشی زیر شبکه، از رابطه (21) محاسبه می‌شود:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} k_{SGS}) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\bar{\rho} \tilde{u}_i k_{SGS}) = \quad (21)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left( \bar{\rho} C_k \Delta \sqrt{k_{SGS}} \frac{\partial k_{SGS}}{\partial x_i} \right) + P_{k_{SGS}} - D_{k_{SGS}} + B_{k_{SGS}}$$

در این رابطه  $C_{ak} = C / \sigma_k$ ،  $P_{k_{SGS}}$  ترم تولید،  $D_{k_{SGS}}$  ترم اتلاف و  $B_{k_{SGS}}$  ترم تولید به دلیل نیروهای شناوری است. در این مدل ترم تولید به کمک رابطه (22) محاسبه می‌شود:

$$P_{k_{SGS}} = -\tau_{ij} \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} \quad (22)$$

عبارت اتلاف زیر شبکه با توجه به اندازه فیلتر محاسبه می‌شود:

$$D_{k_{SGS}} = C_\epsilon \frac{\bar{\rho} k_{SGS}^{3/2}}{\Delta} \quad (23)$$

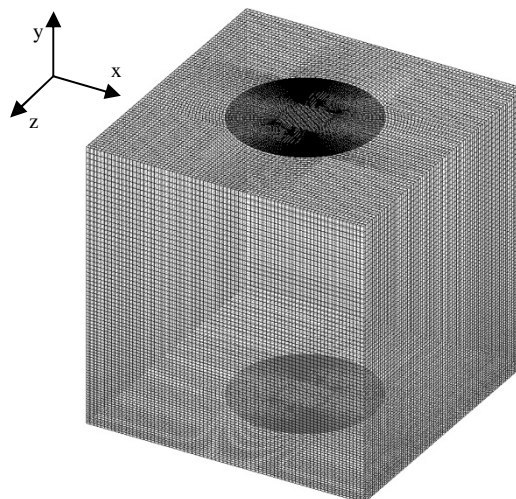
عبارت تولید به دلیل نیروهای شناوری با توجه به رابطه (24) محاسبه می‌شود:

$$B_{k_{SGS}} = -\frac{C_B}{\sigma_\rho} \Delta \sqrt{k_{SGS}} \left( \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_j} \cdot g_j \right) \quad (24)$$

مقدار ضرایب ثابت روابط (23) و (24)، یک فرض می‌شود [3]. برای حل معادلات فوق از برنامه متن باز OpenFOAM استفاده شده است. معادلات به صورت ضمنی در برنامه اعمال شده است. مقدار عدد کورانت موضعی 0/4 در نظر گرفته شده است. برای برطرف کردن وابستگی فشار و سرعت از ترکیب الگوریتم پیزو و سیمپل استفاده شده است [17]. حلقه داخلی پیزو که معادله فشار را شامل می‌شود، برای وابستگی فشار و سرعت و معادله بقای جرم



چگالی در راستای افقی نیز وجود دارد. این دو اختلاف موجب چرخش گاز در این ناحیه و تشکیل گردابه‌ها می‌شود. این سازوکار، به نام گردابه باروکلینیک<sup>2</sup> شناخته می‌شود [19]. به دلیل وجود نیروهای شناوری، این گردابه‌ها به سمت بالا حرکت می‌کنند و سپس با یکدیگر مخلوط و ترکیب می‌شوند. تشکیل گردابه‌های بزرگ‌تر، موجب تغییرات سرعت، رفتارهای نوسانی، گلویی شدن<sup>3</sup> و برآمدگی<sup>4</sup> در سطح آتش استخری می‌شود. تیزن و همکاران [18] با استفاده از اندازه‌گیری‌های تصویر سرعت ذرات<sup>5</sup> نشان دادند که تغییرات سرعت در چرخه‌های پاف اگرچه در لحظه‌های مختلف متفاوت است، اما از یک الگوی یکسان در جریان تبعیت می‌کند. به طور کلی، الگوی سرعت عمودی به دست آمده با نتایج تجربی سازگار است. البته در نتایج عددی، جواب‌های به دست آمده نسبت به نتایج تجربی، دارای دامنه نوسانی کمتری هستند. یکی از دلایل وجود نوسانات کمتر در حل عددی، مربوط به ماهیت روش شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ است. در واقع در این روش از فیلترهای مکانی استفاده می‌شود و گردابه‌های بزرگ به طور مستقیم حل و گردابه‌های کوچک مدل می‌شوند. در نتیجه استخراج نتایج دقیق از رفتار نوسانی مستلزم استفاده از شبکه محاسباتی ریزتر و یا استفاده از روش‌های حل عددی مستقیم است. با توجه به ماهیت نوسانی مسئله مورد بررسی و به منظور تعیین معیار کمی برای مقایسه نتایج لحظه‌ای سرعت، تحلیل بسامدی برای نتایج به دست آمده در شکل (3) صورت گرفت. مطابق نتایج تجربی [18]، مقدار بسامد بیشینه نوسانات سرعت عمودی در نقطه اندازه‌گیری شده،  $1/65$  Hz است. این بسامد بیشینه در تحلیل بسامد جریان‌های اغتشاشی، در واقع همان بسامد غالب جریان است. نتایج تحلیل حاضر نشان می‌دهد که بسامد غالب به دست آمده در روش یک‌معادله‌ای به میزان 7 درصد و در روش اسمانگورینسکی به میزان 13 درصد بیشتر از مقدار تجربی تخمین زده می‌شود. به عبارت دیگر، تعداد چرخه پاف که حاصل تشکیل گردابه در بستر ورودی سوخت و حرکت آن به سمت بالا در اثر نیروهای شناوری است، در یک دوره زمانی مشخص، کمتر از مقدار تجربی پیش‌بینی می‌شود.



شکل (1): شبکه محاسباتی مطالعه موردی

در ابتدا تعداد شبکه محاسباتی، 99,150 سلول در نظر گرفته شد. این تعداد شبکه در چند مرحله تا 1,221,200 سلول افزایش یافت. در چند ناحیه از میدان محاسباتی نتایج متوسط زمانی سرعت‌های عمودی و افقی برای شبکه‌های مختلف با هم مقایسه شدند. در نهایت مشاهده شد که با تغییر تعداد شبکه محاسباتی از 850,000 به 1,221,200 شبکه، تفاوت محسوسی در منحنی تغییرات سرعت عمودی و افقی حاصل نمی‌شود؛ بنابراین، تعداد شبکه محاسباتی 850,000 در نظر گرفته شد. شبیه‌سازی در یک دوره 60 ثانیه‌ای صورت گرفت. همچنین کمیت‌های متوسط‌گیری شده در بازه زمانی 40 تا 60 ثانیه و در شرایط شبیه پایدار محاسبه شدند.

#### 4. نتایج و بحث

در شکل (2) مقایسه کمی بین تغییرات سرعت لحظه‌ای عمودی با استفاده از دو مدل زیرشبکه معرفی شده و نتایج تجربی [18]، در یک دوره 6 ثانیه‌ای و در ارتفاع 0/505 متر بالای ورودی آتش و نتایج حاصل از حل عددی با مدل‌های اسمانگورینسکی و یک‌معادله‌ای نشان داده شده است. یکی از مهم‌ترین پارامترهایی که در آتش استخری مورد بررسی قرار می‌گیرد، چرخه پاف<sup>1</sup> است. این چرخه نشان‌دهنده فرآیند تشکیل گردابه‌ها در بستر ورودی سوخت و حرکت آن‌ها به سمت بالاست. این چرخه از عوامل نوسانات سرعت عمودی می‌باشد. در داخل ناحیه آتش به دلیل وجود شتاب جاذبه، اختلاف فشار استاتیک در جهت عمودی برقرار است. از طرف دیگر، به دلیل اختلاف دما بین سطح شعله و داخل آن با محیط پیرامون، اختلاف

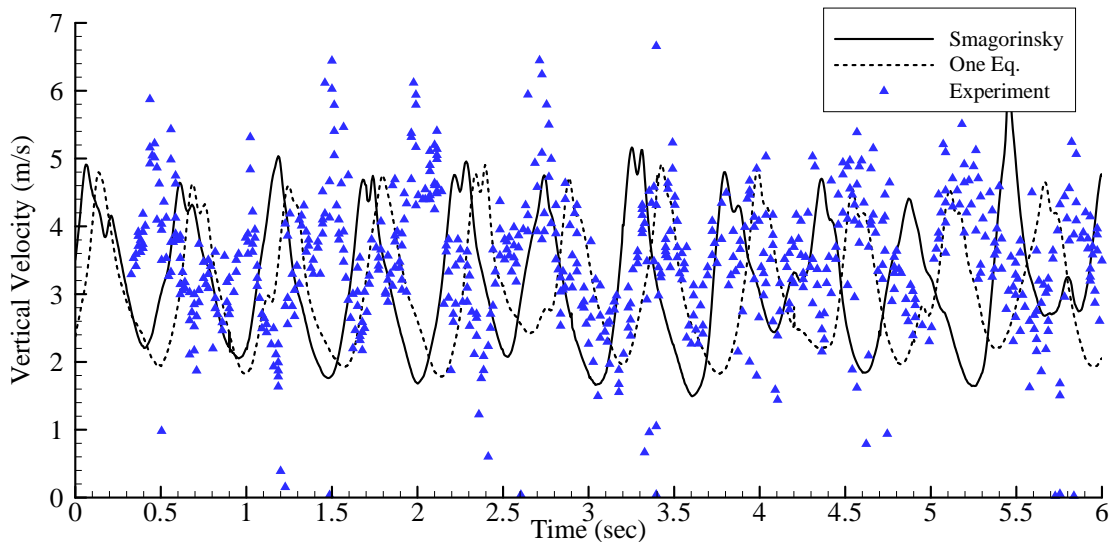
##### 1. Puff Cycle

2. Baroclinic Vortex

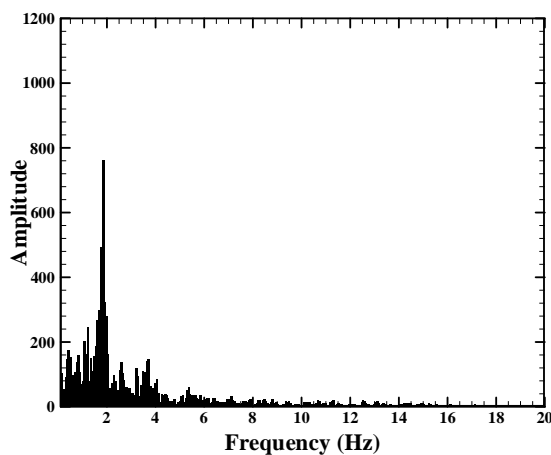
3. Necking

4. Bulging

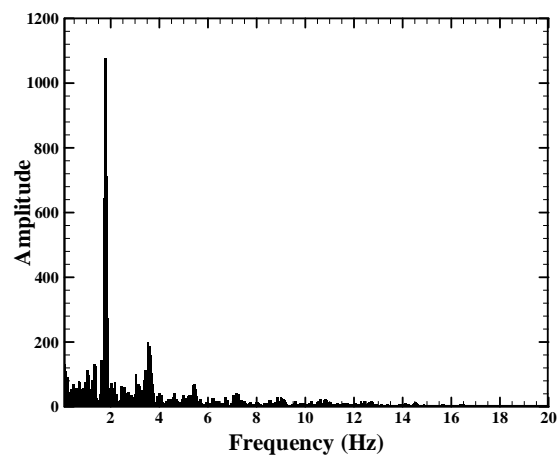
5. Particle Image Velocimetry (PIV)



شکل (2): مقایسه سرعت عمودی حاصل از شبیه‌سازی کار حاضر با نتایج تجربی [18]



ب) مدل اسمگورینسکی، بیشینه بسامد = 1/86



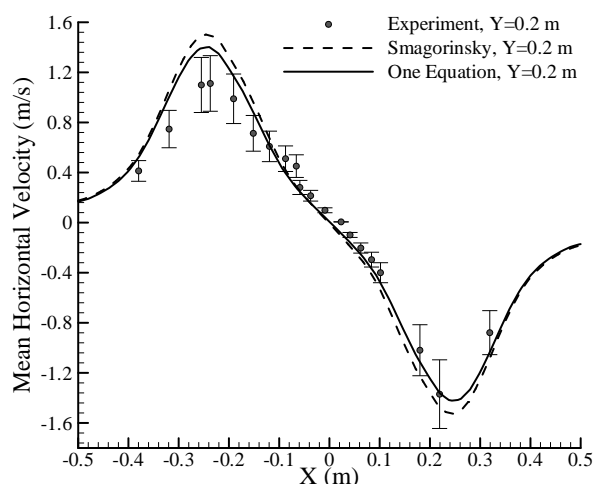
الف) مدل یک‌معادله‌ای، بیشینه بسامد=1/77

شکل (3): تحلیل بسامد سرعت عمودی لحظه‌ای برای دو مدل

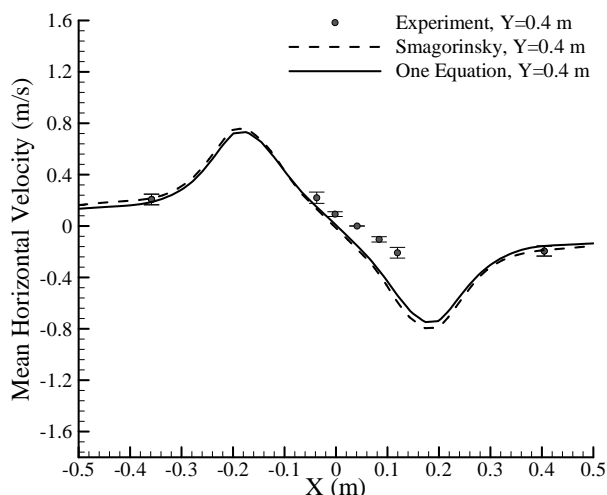
مشخصه‌های مقیاس بزرگ، ضریب ثابت محاسبه لزجت گردابه‌ای در مقیاس زیرشبکه، یکسان است. گرچه رفتار هر دو مدل زیرشبکه، کاملاً مشابه یکدیگر است، اما تا شعاع 0/3 متر، دقت مدل یک‌معادله‌ای بیشتر از اسمگورینسکی است. سرعت عمودی جریان به طور مستقیم بر رفتار لحظه‌ای آتش استخری اثر دارد. استفاده از شبکه ریزتر (که در این مطالعه معادل فیلتر کوچک‌تر است) در نزدیکی ناحیه سوخت و نیز به کارگیری مدل‌های دینامیکی زیرشبکه می‌تواند موجب کاهش خطا شود و پیش‌بینی دقیق‌تری از رفتار گردابه‌ها ایجاد کند.

در شکل (4) مقایسه بین سرعت متوسط عمودی حاصل از حل عددی با استفاده از مدل‌های زیرشبکه اسمگورینسکی و یک‌معادله‌ای و نتایج تجربی [18] در صفحه مرکزی و ارتفاع‌های 0/6 و 0/8 متر نشان داده شده است. با توجه به بررسی مطالعه تجربی [18] میزان دقت اندازه‌گیری برای سرعت‌های افقی بیشتر از 0/2 متر بر ثانیه و سرعت عمودی بیشتر از 1/0 متر بر ثانیه،  $\pm 20$  درصد است. دقت اندازه‌گیری با کاهش سرعت از مقادیر فوق کاهش می‌یابد [18]. به همین دلیل در مقایسه‌ها میزان دقت 20 درصد برای داده‌های تجربی لحاظ شده است. به طور کلی، نتایج عددی هر دو مدل زیرشبکه تطابق قابل قبولی با نتایج تجربی دارد. سرعت متوسط عمودی با دور شدن از مرکز دایره ورودی سوخت بین شعاع‌های 0/1 تا 0/3 متر بیشتر از مقدار تجربی پیش‌بینی می‌شود. یکی از دلایل این امر آن است که در هر دو مدل، ضریب ثابت برای محاسبه لزجت گردابه‌ای، ثابت فرض می‌شود. در واقع در کل میدان حل، بدون توجه به

مجموع مدل اسماگورینسکی، نسبت به مدل نسبت به مدل یک معادله‌ای، میزان انرژی جنبشی اغتشاشی را کمتر پیش‌بینی می‌کند.



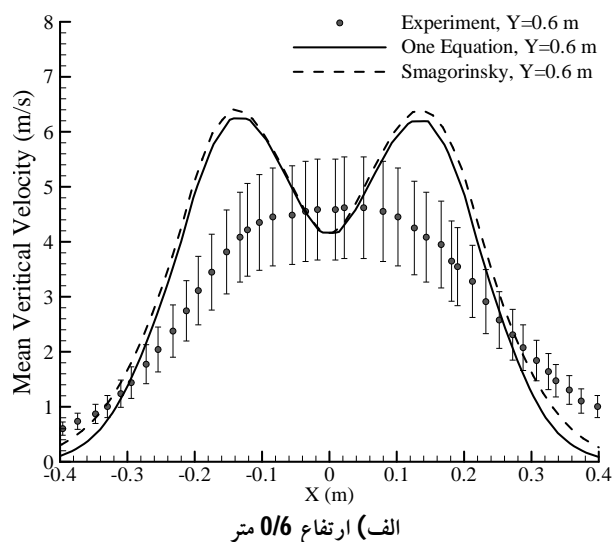
الف) ارتفاع 0/2 متر



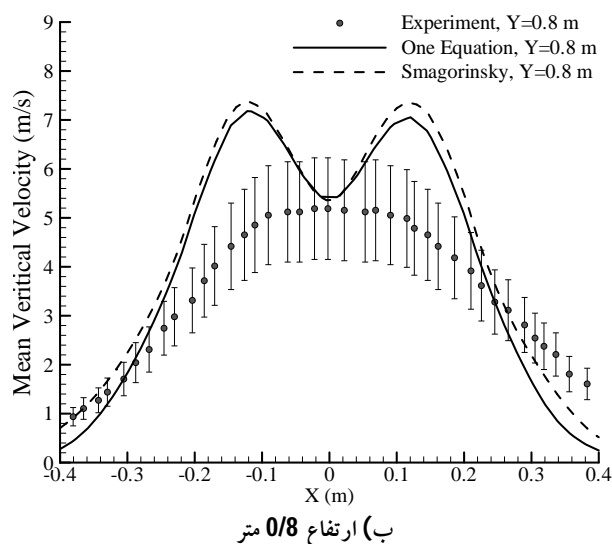
الف) ارتفاع 0/4 متر

شکل (5): مقایسه سرعت افقی متوسط با نتایج تجربی [18]

علاوه بر موارد ذکر شده در خصوص علت اختلاف بین نتایج تجربی و شبیه‌سازی، فرض واکنش یک مرحله‌ای و عدم لحاظ کردن اثر تابش، از دیگر منابع خطا در حل عددی است. علاوه بر موارد فوق، توجه به این نکته ضروری است که کمیت‌های شکل (6) در واقع حاصل از نتایج مدل‌سازی است و به شدت به مقدار لزجت گردابه‌ای جریان وابسته است. به همین دلیل، تخمین صحیح این مقدار در پیش‌بینی کمیت‌های اغتشاشی مؤثر خواهد بود.



الف) ارتفاع 0/6 متر



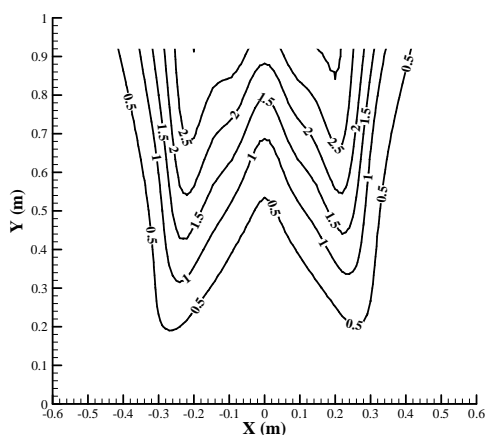
ب) ارتفاع 0/8 متر

شکل (4): مقایسه سرعت عمودی متوسط با نتایج تجربی [18]

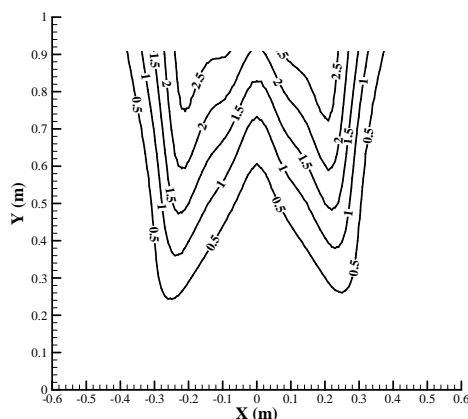
شکل (5)، مقایسه سرعت افقی مطالعه حاضر و مقادیر تجربی [18] را نشان می‌دهد. این مقایسه در صفحه مرکزی و در ارتفاع‌های 0/2 و 0/4 متر صورت گرفته است. مشاهده می‌شود که سرعت افقی در محدوده بین 0/2 تا 0/3 متر (بستر ورودی) بیش‌تر از مقادیر تجربی تخمین زده می‌شود. در مجموع در تمامی نواحی میدان حل، میزان دقت مدل یک معادله‌ای، بیش‌تر از مدل اسماگورینسکی در تخمین سرعت افقی است.

شکل (6) مقایسه کیفی بین انرژی جنبشی اغتشاشی حاصل از شبیه‌سازی و نتایج تجربی را در صفحه مرکزی میدان حل، نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که مقدار انرژی جنبشی اغتشاشی، در پیش‌بینی شده در هر دو مدل، رفتار مشابهی با نتایج تجربی دارد.

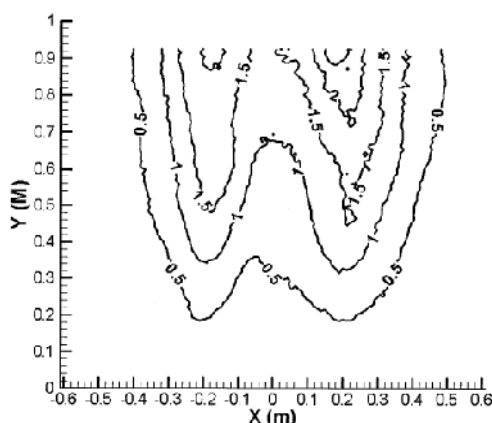




ب) مدل اسماگورینسکی



الف) مدل یک معادله‌ای



ج) نتایج تجربی [18]

شکل (6): مقایسه کیفی متوسط انرژی جنبشی اغتشاشی با نتایج تجربی [18] در صفحه مرکزی XY

پیش‌بینی شده است. به کمک حل لحظه‌ای به دست آمده، چرخه پاف که از مشخصه‌های آتش استخری است و نشان‌دهنده رشد گردابه‌ها از بستر ورودی سوخت به سمت بالاست، با دقت قابل قبولی پیش‌بینی می‌شود. نتایج حاصل از تحلیل بسامدی نشان می‌دهد که مدل زیرشبکه تک معادله‌ای، دقت بالاتری در حدود 5 درصد، نسبت به اسماگورینسکی در تعیین بسامد غالب جریان دارد. مقایسه مقادیر سرعت متوسط عمودی و افقی در نواحی مختلف میدان حل و همچنین انرژی جنبشی اغتشاشی، نشان می‌دهد که پیش‌بینی دو مدل در مورد مقادیر متوسط تقریباً یکسان است و اختلاف ناچیزی بین دو مدل زیرشبکه وجود دارد.

## 5. نتیجه گیری

در این مقاله، آتش استخری بزرگ مقیاس متان با نرخ حرارت آزاد شده 2/07 مگاوات در محیط باز با روش شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ با دو مدل زیرشبکه اسماگورینسکی و یک معادله‌ای با فرض واکنش تک مرحله‌ای و انجام سریع واکنش انجام شد. با توجه به نتایج به دست آمده، حل عددی حاضر با استفاده از دو مدل زیرشبکه، از هماهنگی قابل قبولی با نتایج تجربی برخوردار است. با استفاده از حل عددی حاضر، سرعت افقی در نواحی نزدیک به ورودی سوخت، نواحی بین 0/2 تا 0/3 متر بیشتر از مقدار تجربی است. سرعت عمودی هم با دور شدن از بستر سوخت، بیشتر از مقدار تجربی

## فهرست علائم

$C_s$	ضریب اسماگورینسکی	$C_B$	ضریب ثابت در معادله (24)
$g$	شتاب گرانش ( $m.s^{-2}$ )	$C_e$	ضریب ثابت در معادله (23)
$h$	انتالپی محسوس (kJ)	$C_p$	گرمای ویژه فشار ثابت مخلوط هوا ( $J.kg^{-1}K^{-1}$ )
$H$	شار انرژی اغتشاشی	$C_k$	ضریب ثابت مدل یک-معادله‌ای

$S$	نرخ کرنش	$L^*$	طول مشخصه (m)
$s$	ضریب استوکومتری	$M$	شار جرمی اغتشاشی
$Sc$	عدد اشتمیت	$p$	فشار ( $kg.m^{-1}s^{-2}$ )
$S_{ij}$	نرخ کرنش	$q$	انرژی حرارتی
$t$	زمان (s)	$Pr$	عدد پراتل
$T$	دما (K)	$u_j$	سرعت ( $m.s^{-1}$ )
$Y$	کسر جرمی	$R$	نرخ آزادسازی حرارت
$Z$	کسر مخلوط	$R_u$	ثابت جهانی گازها
	<b>بالانویس‌ها:</b>		<b>علائم یونانی:</b>
SGS	مقیاس زیرشبکه	$\Delta$	اندازه فیلتر
(-)	کمیت فیلتر شده	$\delta$	تابع کرانکر
(~)	کمیت فیلتر وزنی	$\phi$	متغیر عمومی
	<b>زیرنویس‌ها:</b>	$\rho$	چگالی ( $kg.m^{-3}$ )
comb	احتراقی	$\mu$	لزجت دینامیکی ( $kg.m^{-1}s^{-1}$ )
$f$	سوخت	$\mu_t^{SGS}$	لزجت توربولانسی ( $kg.m^{-1}s^{-1}$ )
$O$	اکسیژن	$\tau$	تنش برشی ( $kg.m^{-2}$ )
$r$	تابشی		
$t$	اغتشاشی		

## مراجع

- [1] Quintiere, J.G., *Fundamentals of Fire Phenomena*, John Wiley & Sons Ltd, 2006.
- [2] Hall, J.R., "The total cost of fire in the united states", NFPA report, 2009
- [3] Yeoh, G.H., Yuen, K.K., *Computational Fluid Dynamics in Fire Engineering*, Elsevier Ltd, 2008.
- [4] Liu, F., Wen, J., "The Effect of Turbulence Modeling on the CFD Simulation of Buoyant Diffusion Flames", Fire Safety Journal, Vol. 37, pp. 125-150, 2002.
- [5] Jensen, K.A., Ripoll, J.F., Wray, A.A., Joseph, D., Hafi, M.E., "On various modeling approaches to radiative heat transfer in pool fires", Combustion and Flame, Vol. 148, pp. 263-279, 2007.
- [6] Xue, H., Ho, J.C., Cheng, Y.M., "Comparison of different combustion models in enclosure fire simulation", Fire Safety Journal, Vol. 36, pp. 37-54, 2001.
- [11] Lesieur, M., Metais, O., Comte, P., *Large-Eddy Simulations of Turbulence*, Cambridge University Press, Cambridge.
- [12] McGrattan, K.B., Baum, H.R., Rehm, R.G., "Large eddy simulations of smoke movement", Fire Safety Journal, Vol. 30, pp.161-178, 1998.
- [13] Zhang, W., Hamer, A., Klassen, M., Carpenter, D., Roby, R., "Turbulence statistics in a fire room model by large eddy simulation", Fire Safety Journal, Vol. 37, pp. 721-752, 2002.
- [14] Xin, Y., Gore, J., McGrattan, K.B., Rehm, R.G., Baum, H.R., "Large eddy simulation of buoyant turbulent pool fires", Proceeding of the Combustion Institute, Vol. 29, pp. 259-266, 2002.
- [15] Wang, H.Y., Coutin, M., Most, J.M., "Large-eddy-simulation of buoyancy-driven fire propagation behind a pyrolysis zone along a vertical wall", Fire Safety Journal, Vol. 37, pp. 259-285, 2002.
- [7] Yeoh, G.H., Yuen, R.K.K., Cheung, S.C.P., Kwok, W.K., "On Modeling Combustion, Radiation and Soot Processes in Compartment Fires", Building and Environment, Vol. 38, pp. 771-785, 2003.
- [8] Yeoh, G.H., Yuen, R.K.K., Lo, S.M., Chen, D.H., "On Numerical Comparison of Enclosure Fire in a Multi-Compartment Building", Fire Safety Journal, Vol. 38, pp. 85-94, 2003.
- [9] Markatos, N.C., Malin, M.R., Cox, G., "Mathematical Modeling of Buoyancy-Induced Smoke Flow in Enclosures", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 25, pp. 63-75, 1982.
- [10] Cook, A.W., Riley, J.J., "Subgrid-Scale Modeling for Turbulent Reacting Flows", Combustion and Flame, Vol. 112, pp. 593-606, 1998.
- [16] Chow, W.K., Zou, G.W., "Numerical simulation of pressure changes in closed chamber fires", Building and Environment, Vol. 44, pp. 1261-1275, 2009.
- [17] Wang, Y., Chatterjee, P., de Ris J.L., "Large eddy simulation of fire plumes", Proceeding of Combustion Institute, Vol. 33, pp. 2473-2480, 2011.
- [18] Tieszen, S.R., O'Hern, T.J., Schefer, R.W., Weckman, E.J., Blanchat, T.K., "Experimental study of the flow field in and around a one meter diameter Methane fire", Combustion and Flame, Vol. 129, pp. 378-391, 2002.
- [19] Sundén, B., Faghri, M., *Transport Phenomena in Fires*, WIT Press, USA, 2008.