

## مقایسه روش‌های تخمین نقطه‌ای و شبیه‌سازی مونت کارلو در حل پخش توان بهینه احتمالاتی با لحاظ عدم قطعیت‌های منابع تجدیدپذیر

حمید فتاحی<sup>۱</sup>، حمدی عبدی<sup>۲\*</sup>، فرشاد خسروی<sup>۳</sup>، شهرام کریمی<sup>۴</sup>

<sup>۱</sup> دانشجوی دکتری دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه آزاد اسلامی واحد کرمانشاه، کرمانشاه، ایران

hamid.fattahi@iauksh.ac.ir

<sup>۲</sup> دانشیار گروه مهندسی برق، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه رازی، کرمانشاه، ایران

hamdiabdi@razi.ac.ir

<sup>۳</sup> استادیار دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه آزاد اسلامی واحد کرمانشاه، کرمانشاه، ایران

fkhosravi@iauksh.ac.ir

<sup>۴</sup> استادیار گروه مهندسی برق، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه رازی، کرمانشاه، ایران

shahramkarimi@razi.ac.ir

**چکیده:** نفوذ روزافزون انرژی‌های تجدیدپذیر با توجه به عدم قطعیت‌های ناشی از آن‌ها، سبب بروز تغییراتی در ابزارهای مرسوم برنامه‌ریزی و بهره‌برداری سیستم‌های قدرت شده است. تغییرات احتمالاتی توان هنگام نفوذ انرژی‌های تجدیدپذیر به وسیله پخش توان قطعی نمی‌توانند تحلیل شوند، زیرا انرژی‌های تجدیدپذیر همواره دارای عدم قطعیت‌هایی می‌باشند. پخش توان بهینه احتمالاتی یکی از ابزارهای مفید برای تجزیه و تحلیل سیستم‌های قدرت در شرایط حضور عدم قطعیت‌هاست. هدف از این مقاله بررسی اثرات عدم قطعیت‌های انرژی بادی و نیروگاه خورشیدی روی یک شبکه نمونه استاندارد با استفاده از روش پخش توان بهینه احتمالاتی است. در این مقاله، سیستم استاندارد ۸۹ شینه PEGASE اروپاست. از جمله نوآوری‌های این مقاله مقایسه روش‌های شبیه‌سازی مونت کارلو و تحلیلی مشتمل بر روش‌های تخمین نقطه‌ای است. تحلیل و مقایسه نتایج نشان می‌دهد که در روش‌های تحلیلی به دلیل اینکه از نقاط کمتری برای بهینه‌سازی استفاده می‌شود، پخش توان بهینه سریع‌تر محاسبه می‌شود؛ که این موضوع سبب افزایش بهره‌وری محاسبه خواهد شد. نتایج مقایسه اجرای روش‌های مذکور روی سیستم نمونه ۸۹ شینه نشان‌دهنده کاهش تقریبی زمان محاسبه به میزان تقریبی ۹۲ و ۹۳ درصد به ترتیب در مورد روش‌های تخمین دو و سه نقطه‌ای نسبت به روش مونت کارلو می‌باشد. این در حالی است که نتیجه حاصل از انجام پخش توان بهینه با روش‌های فوق تفاوت‌های تقریباً قابل اغماضی را به ترتیب به میزان ۲/۵ درصد کاهش و افزایشی تجربه می‌کند.

**واژه‌های کلیدی:** پخش توان بهینه احتمالاتی (P-OPF)، عدم قطعیت، شبیه‌سازی مونت کارلو (MCS)، روش تخمین دونقطه‌ای (2PEM) و روش تخمین سه نقطه‌ای (3PEM).

## ۱. مقدمه

کمتری است و برای محاسبه مسائل مقیاس بزرگ<sup>۱۲</sup> مشکلاتی ندارد [۱]. برای بررسی عدم قطعیت<sup>۱۳</sup> در سیستم تولید باد از توزیع ویبول<sup>۱۴</sup> [۸-۱۰] و توزیع رایلی<sup>۱۵</sup> [۱۱] استفاده می‌شود، سپس توان اکتیو تزریق شده توسط سیستم تولید انرژی الکتریکی از توان بادی با استفاده از رابطه سرعت و قدرت ژنراتور محاسبه می‌شود. در مراجع [۱۱-۱۴] همبستگی بین توربین بادی در نظر گرفته شده است؛ همچنین در برخی از پژوهش‌ها، عواملی از قبیل عدم قطعیت ژنراتور معمولی نیز مورد توجه قرار گرفته است. مطالعه مرجع‌های مرتبط با این موضوع نشان می‌دهد که تقریباً همه انواع عدم قطعیت‌ها در پخش توان بهینه احتمالاتی با سیستم تولید بادی لحاظ شده‌اند. در نیروگاه‌های بادی، توان اکتیو تزریقی به‌عنوان یک عدم قطعیت لحاظ شده و هیچ مدل دقیقی از سیستم تولید باد در هیچ‌کدام از تحقیق‌ها مورد توجه قرار نگرفته است [۱۵]. برای بررسی عدم قطعیت ناشی از نیروگاه خورشیدی از توزیع بتا<sup>۱۶</sup> استفاده می‌شود که با استفاده از این توزیع می‌توان توان اکتیو تزریقی نیروگاه خورشیدی را محاسبه کرد [۱۶].

شبیه‌سازی مونت کارلو<sup>۱۷</sup> یک روش سنتی برای شبیه‌سازی پخش توان بهینه احتمالاتی است [۱۷]. زمان بر بودن روش شبیه‌سازی مونت کارلو باعث شده این روش غیرجذاب شود، در ضمن برای پخش توان احتمالاتی روش تخمین نقطه‌ای<sup>۱۸</sup> در [۱۶] پیشنهاد شده است. درحالی‌که روش تخمین نقطه‌ای ممان‌های آماری پخش توان را با در نظر گرفتن تعداد  $m$  محاسبه برای  $m$  تعداد متغیر تصادفی ورودی محاسبه می‌کند، زمان محاسبه در این روش به شدت به پیچیدگی ساختار سیستم قدرت مورد مطالعه بستگی دارد.

در مرجع [۱۸]، یک الگوریتم پخش بار احتمالاتی<sup>۱۹</sup> با لحاظ عدم قطعیت‌ها، برای تحلیل اثرات تولیدات پراکنده بر ولتاژ شبکه‌های توزیع مبتنی بر شبیه‌سازی مونت کارلو پیشنهاد شده است. برای ارزیابی دقیق‌تر مسئله، انواع مدل‌های بار استاتیکی در مدل پخش بار احتمالاتی در نظر گرفته شده است. در نهایت، رهیافت پیشنهادی روی شبکه توزیع استاندارد IEEE اجرا شده است و نتایج در چهار سناریوی مختلف، بررسی و تحلیل شده‌اند. همچنین تأثیر میزان تزریق تولیدات بادی، نوع متغیرهای تصادفی بار، مدل‌های بار توان ثابت و تغییر انحراف استاندارد توزیع احتمال ورودی در سناریوهای مختلف، مورد مطالعه قرار گرفته

نگرانی‌های زیست‌محیطی و افزایش میزان مصرف انرژی سبب توجه روزافزون به استفاده از منابع انرژی تجدیدپذیر<sup>۱</sup> شده است. در میان منابع تجدیدپذیر، نیروگاه‌های بادی<sup>۲</sup> و خورشیدی<sup>۳</sup> نفوذ بسیاری در سیستم‌های قدرت در سراسر جهان یافته‌اند. ورود این دو نوع انرژی تجدیدپذیر در سیستم قدرت به دلیل مقادیر غیرقطعی توان تولیدی، چالش‌های مهمی در برنامه‌ریزی و بهره‌برداری سیستم‌های قدرت را سبب شده‌اند [۱].

در چنین سیستم‌های قدرتی، مطالعه یک سیستم قطعی مانند پخش توان بهینه<sup>۴</sup> نمی‌تواند وضعیت دقیق سیستم را آشکار سازد. بنابراین، روش‌های ارزیابی احتمالاتی مورد توجه قرار گرفته‌اند. محاسبه پخش توان بهینه احتمالاتی<sup>۵</sup> یکی از الزامات عمده در برنامه‌ریزی و عملیات سیستم قدرت است. پژوهش‌ها درباره عدم قطعیت سیستم قدرت به اوایل دهه ۷۰ میلادی برمی‌گردد [۲].

موضوع مهم در مسئله پخش توان بهینه احتمالاتی، مدل‌سازی رفتار تصادفی سرعت باد و در نتیجه توان تزریقی توربین بادی می‌باشد، که این رفتار تصادفی برای نیروگاه خورشیدی نیز صادق است [۱]. به هر حال، تزریق توان‌های تولیدی حاصل از نیروگاه‌های بادی و خورشیدی به شبکه قدرت، مشکلات محاسباتی متعددی را در محاسبه پخش توان بهینه احتمالاتی سبب خواهد شد [۳].

روش‌های احتمالاتی<sup>۶</sup> عموماً به سه دسته تقسیم می‌شوند: روش‌های تحلیلی<sup>۷</sup>، روش‌های شبیه‌سازی<sup>۸</sup> و روش‌های تقریبی<sup>۹</sup>. از جمله روش‌های شبیه‌سازی می‌توان به روش شبیه‌سازی مونت کارلو اشاره کرد که اجرای آن ساده و دقت محاسبه آن زیاد اما زمان‌بر است. از سوی دیگر، روش‌های تحلیلی مبتنی بر خطی‌سازی هستند و دقت محاسباتی آن‌ها کمتر است. یکی از روش‌های مورد استفاده در روش تحلیلی برای حل پخش توان احتمالاتی با توجه به تقاضای بار<sup>۱۰</sup> استفاده از سری گرام چالیر<sup>۱۱</sup> می‌باشد که در مرجع [۴] به آن اشاره شده است. روش‌های تقریبی مانند روش تخمین نقطه‌ای برای حل پخش توان بهینه احتمالاتی در مراجع [۷-۵] پیشنهاد شده است. این روش دارای محاسبه‌های

1. Renewable Energy Sources (RES)
2. Wind Power Plants
3. Solar Power Plants
4. Optimal Power Flow (OPF)
5. Probabilistic Optimal Power Flow (POPF)
6. Probabilistic Methods
7. Analytical Methods
8. Simulation Methods
9. Estimation Methods
10. Load Demand
11. Gram – Charlier Series

12. Large Scale
13. Uncertainty
14. Weibull Distribution
15. Rayleigh Distribution
16. Beta Distribution
17. Monte Carlo Simulation (MCS)
18. Point Estimation Method
19. Probabilistic Load Flow (PLF)

شده است.

عمده‌ترین نوآوری مقاله، استفاده هم‌زمان از چندین روش تحلیلی و مقایسه آن‌ها با شبیه‌سازی مونت کارلو در خصوص اعمال به پخش توان بهینه احتمالاتی است که حسب اطلاعات نویسنده‌ها، تاکنون پژوهشی جامع در این خصوص گزارش نشده است. با توجه به نتایج می‌توان مشاهده کرد که هرچه تعداد نقاط تخمین در روش تخمین نقطه‌ای افزایش یابد، زمان محاسبه کاهش می‌یابد که منجر به افزایش بهره‌وری در اجرای محاسبه می‌شود، درحالی‌که با توجه به دقت بالای محاسبه در روش شبیه‌سازی مونت کارلو، زمان محاسبه در این روش زیاد است.

ساختار مقاله بدین شرح است: در بخش دوم، فرمول‌بندی پخش توان بهینه احتمالاتی توصیف می‌شود. در ادامه، فرمول‌بندی روش شبیه‌سازی مونت کارلو و روش‌های تخمین دو و سه نقطه‌ای به همراه عدم قطعیت‌ها بیان می‌شود. در بخش سوم، شبکه نمونه استاندارد ۸۹ شینه PEGASE<sup>v</sup> اروپا با استفاده از روش‌های مذکور در نرم‌افزار متلب شبیه‌سازی شده و نتایج به‌دست‌آمده بررسی شده است. سرانجام در بخش چهارم، نتایج حاصل بیان می‌شوند.

## ۲. فرمول‌بندی مسئله

پخش توان بهینه، یک مسئله بهینه‌سازی با یک تابع تک‌هدفه است که معمولاً هدف آن حداقل کردن هزینه بهره‌برداری می‌باشد [۲۷].

### ۱.۲. مسئله پخش توان بهینه

مسئله پخش توان بهینه از نظر ریاضی به‌عنوان یک مسئله بهینه‌سازی غیرخطی با محدودیت‌های برابری و نابرابری و به‌صورت زیر مدل می‌شود.

$$\begin{aligned} & \text{Min } TC(x, u) \\ & \text{subject to } g(x, u) = 0 \\ & f(x, u) \leq 0 \end{aligned} \quad (1)$$

تابع هدف  $TC(x, u)$  یک تابع اسکالر است. این مسئله دارای دو متغیر است که متغیرهای حالت و کنترل هستند.  $x$  متغیر حالت  $(V, \lambda)$  و  $u$  متغیر کنترل (مانند  $P_G$  و  $Q_G$ ) است. محدودیت‌های برابری به‌وسیله رابطه‌های  $g(x, u)$  برای توان‌شین‌ها به‌صورت رابطه‌های زیر نشان داده می‌شوند:

$$P_i^{net} = \sum_{g=1}^G P_i^g - \sum_{d=1}^D P_i^d \quad (2)$$

$$Q_i^{net} = \sum_{g=1}^G Q_i^g - \sum_{d=1}^D Q_i^d \quad (3)$$

در مرجع [۱۰] نویسنده‌ها یک رویکرد جدید در مطالعه‌های احتمالاتی بر مبنای روش تخمین نقطه‌ای پیشنهاد کردند. روش تخمین نقطه‌ای برای بررسی پخش توان بهینه احتمالاتی در مرجع [۱۹] ارائه شده است. در مراجع [۲۰ و ۲۱] دو روش ریاضی متمایز برای مدیریت متغیرهای همبسته با روش تخمین نقطه‌ای پیشنهاد شده است.

در سال‌های اخیر روش تخمین نقطه‌ای برای حل مسئله پخش توان بهینه احتمالاتی معرفی شده است [۲۲ و ۲۳]. روش تخمین نقطه‌ای می‌تواند متغیرهای ورودی غیرعادی وابسته را به‌راحتی مدل‌سازی کند. اساس کار این روش این‌گونه است که ابتدا نقاط مشخصی را انتخاب می‌کند و سپس وزن‌های مشخصی را به هر یک اختصاص داده و سپس پخش توان بهینه قطعی<sup>۱</sup> را برای این نقاط انجام می‌دهد و در نهایت ممان آماری خروجی را محاسبه می‌کند [۲۴].

در مرجع [۲۵]، در مدل‌سازی عدم قطعیت تولید انرژی بادی از روش مبتنی بر سناریو در چارچوب برنامه‌ریزی تصادفی استفاده شده است. به‌منظور اعمال قید پایداری گذرا در پخش بار بهینه احتمالاتی از شاخص مرکز اینرسی ژنراتورها استفاده شده است. این سناریو روی یک شبکه استاندارد پیاده‌سازی شده است و به‌منظور ارزیابی صحت مدل ارائه‌شده، نتایج حاصل با سایر روش‌های احتمالاتی مقایسه شده و در نهایت با افزودن قید مرکز اینرسی<sup>۲</sup> به‌عنوان قید پایداری گذرا به مدل پخش بار بهینه احتمالاتی بدون اینکه هزینه اضافی چندانی تحمیل شود، پایداری شبکه بهبود داده می‌شود.

روش تخمین نقطه‌ای یکی از جدیدترین روش‌ها در حل مسئله پخش توان بهینه احتمالاتی محسوب می‌شود و می‌تواند نتایج و عملکرد مناسبی را ارائه دهد. روش تخمین نقطه‌ای به‌وسیله روزنبلوس<sup>۳</sup> به‌صورت  $2^m$  اصلاح شد [۶]. این اصلاح‌ها منجر به نتایج مختلفی مانند روش ۲m هار<sup>۴</sup>،  $O(m^3)$  لی<sup>۵</sup> و  $km+1$  هانگ<sup>۶</sup> [۵] شد. توضیح‌های لازم در این خصوص در مرجع [۲۶] به‌تفصیل ارائه شده است. همان‌طور که  $m$  تعداد متغیرهای تصادفی ورودی می‌باشد، تعداد محاسبه‌های لازم برای حل مسئله به‌ترتیب برابر با  $2^m$ ،  $2m$ ،  $O(m^3)$  و  $km+1$  یا  $km$  است که مقدار  $k$  برابر ۲ یا ۴ منظور شده است. می‌توان مشاهده کرد با افزایش مقدار  $m$ ، زمان محاسبه کاهش می‌یابد.

1. Deterministic Optimal Power Flow (DOPF)
2. Inertia
3. Rosenblueth
4. Har
5. Li
6. Hong

که هدف اصلی آن‌ها تعیین وضعیت سیستم به‌عنوان یک تابع از متغیرهای ورودی نامعین به‌صورت رابطه (۱۰) است:

$$Y = f(X) \quad (10)$$

$X$  شامل تقاضای ورودی نامعین است. توان تولیدی توسط منابع انرژی توزیع شده مانند باد، انرژی خورشیدی و... به شرح زیر بیان شده است:

$$X = [P_D \ Q_D \ P_{DER} \ Q_{DER} \ \dots]^T \quad (11)$$

همان‌طور که پیش‌تر ذکر شد، پخش توان بهینه دارای برخی متغیرهای حالت و کنترل است. از این‌رو، در پخش توان بهینه احتمالاتی  $Y$  بردار عدم قطعیت خروجی است که می‌تواند به‌صورت زیر محاسبه شود:

$$Y = [V \ \delta \ P_G \ Q_G \ \dots]^T \quad (12)$$

عدم قطعیت متغیرهای ورودی باعث می‌شود که متغیرهای خروجی نیز نامعین باشند. به این معنی که حتی اگر یک متغیر ورودی نامعین باشد تمام متغیرهای خروجی نامعین خواهند شد. پارامترهای مورد استفاده در رابطه‌های (۱۰) تا (۱۲) در فهرست علائم تشریح شده‌اند. روند نمای پیشنهادی انجام محاسبه پخش توان بهینه در شکل (۱) نمایش داده شده است.

$$P_i^{net} = |V_i| \left| \sum_{j=1}^{N_b} Y_{ij} \right| |V_j| \cos(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij}) \quad (4)$$

$$Q_i^{net} = |V_i| \left| \sum_{j=1}^{N_b} Y_{ij} \right| |V_j| \sin(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij}) \quad (5)$$

محدودیت‌های نابرابری که شامل حداکثر و حداقل ولتاژ مجاز شین‌ها، توان اکتیو و راکتیو هر واحد تولید و پخش توان خطوط انتقال می‌باشند، از طریق رابطه‌های زیر به دست می‌آیند:

$$V_i^{\min} \leq V_i \leq V_i^{\max} \quad (6)$$

$$P_i^{\min} \leq P_i \leq P_i^{\max} \quad (7)$$

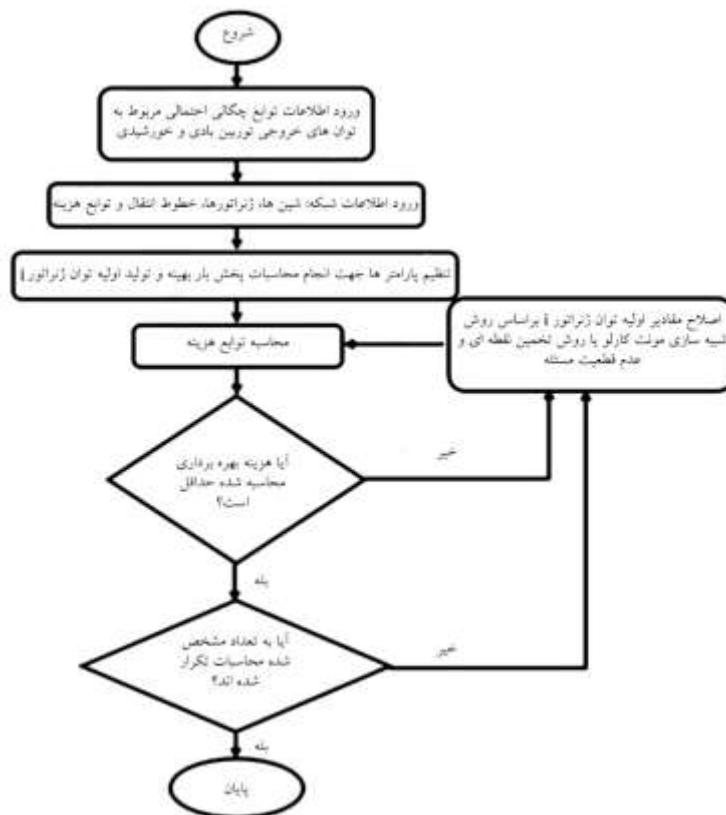
$$Q_i^{\min} \leq Q_i \leq Q_i^{\max} \quad (8)$$

$$|S_{ij}| \leq S_{ij}^{\max} \quad (9)$$

فهرست پارامترهای مورد استفاده در رابطه‌های (۱) تا (۹) در فهرست علائم مقاله ارائه شده است

## ۲.۲. پخش توان بهینه احتمالاتی

به دلیل گستردگی سیستم قدرت در حوزه‌های مکانی و زمانی مختلف، پارامترهای متعددی آن را تحت تأثیر قرار داده و ممکن است عدم قطعیت‌هایی را به سیستم اعمال کنند. برای ارزیابی عدم قطعیت یک سیستم، از تئوری احتمال یعنی از روش‌های احتمالاتی استفاده می‌شود



شکل (۱): روند نمای پیشنهادی انجام محاسبه پخش توان بهینه

### ۳.۲. شبیه‌سازی مونت کارلو

به دلیل دقت شبیه‌سازی مونت کارلو، نتایج حاصل از آن به‌عنوان نتایج مرجع برای مقایسه و اعتبارسنجی سایر روش‌های پخش توان مورد استفاده قرار می‌گیرند. تعداد تکرار شبیه‌سازی مورد نیاز مستقل از اندازه سیستم است. معیار توقف برای شبیه‌سازی مونت کارلو می‌تواند یک تعداد تکرار ثابت از شبیه‌سازی‌ها یا یک محدودیت خاص در متغیرهاست [۲۸]. شبیه‌سازی مونت کارلو بر مبنای تکرار عمل می‌کند که مراحل آن بدین صورت است:

مرحله ۱: تنظیم شمارنده شبیه‌سازی مونت کارلو  $c=1$

مرحله ۲: تولید تصادفی بردار نمونه  $x$  با استفاده از تابع چگالی احتمال هر مولفه  $x_i$

مرحله ۳: محاسبه  $y = f(x_i)$  با فرض اینکه  $x = x_c$  باشد.

مرحله ۴: محاسبه مقدار میانگین  $y$  با  $E(y) = \frac{\sum_c y_c}{c}$

مرحله ۵: محاسبه انحراف استاندارد  $y$  به‌وسیله

$$\sigma(y) = E(y^2) - E^2(y)$$

مرحله ۶: آیا فرایند متوقف شود؟ پایان یا شمارنده در  $c = c + 1$

تنظیم شود و به مرحله ۲ بازگردد.

مرحله ۷: پایان.

### ۴.۲. روش تخمین دونقطه‌ای<sup>۳</sup>

روش تخمین نقطه‌ای مبتنی بر تمرکز بر اطلاعات آماری است. روش تخمین دونقطه‌ای یکی از مشتق‌های روش تخمین نقطه‌ای است که رابطه‌های ریاضی حاکم بر آن به‌صورت زیر است [۲۹]:

$$E(Y)^{(1)} = 0, E(Y^2)^{(1)} = 0 \quad (13)$$

در اولین مرحله، مقادیر اولیه تعیین می‌شود:

$$\xi_{k,1} = \frac{\lambda_{k,3}}{2} + \sqrt{n + \left(\frac{\lambda_{k,3}}{2}\right)^2} \quad k=1, \dots, n \quad (14)$$

$$\xi_{k,2} = \frac{\lambda_{k,3}}{2} + \sqrt{n + \left(\frac{\lambda_{k,3}}{2}\right)^2} \quad k=1, \dots, n$$

$$P_{k,1} = \frac{-\xi_{k,2}}{2n \sqrt{n + \left(\frac{\lambda_{k,3}}{2}\right)^2}} \quad k=1, \dots, n \quad (15)$$

$$P_{k,2} = \frac{-\xi_{k,1}}{2n \sqrt{n + \left(\frac{\lambda_{k,3}}{2}\right)^2}} \quad k=1, \dots, n$$

در مرحله دوم، محل و احتمال دو تجمیع<sup>۴</sup> با استفاده از روابط (۱۴) و (۱۵) به‌ترتیب محاسبه می‌شود. تجمیع‌های  $x_{k,1}$  و  $x_{k,2}$  می‌تواند از طریق رابطه زیر محاسبه شود:

$$x_{k,1} = \mu_{x,k} + \xi_{k,1} \cdot \sigma_{x,k} \quad (16)$$

$$x_{k,2} = \mu_{x,k} + \xi_{k,2} \cdot \sigma_{x,k}$$

در این رابطه،  $\mu_{x,k}$  و  $\sigma_{x,k}$  به‌ترتیب مقدار و انحراف استاندارد متغیرهای تصادفی  $k$  هستند.

محاسبه متغیر خروجی با توجه به بردار  $x$  از طریق دو رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$Y = f(X) \quad (17)$$

$$X = [\mu_{k,1}, \dots, x_{k,i}, \dots, \mu_{k,n}] \quad \forall i \in \{1, 2\} \quad (18)$$

تمامی متغیرهای تصادفی از طریق دو رابطه (۱۹) و (۲۰) محاسبه می‌شود:

$$E(Y)^{K+1} \cong E(Y)^K + \sum_{i=1}^2 P_{k,i} \cdot h(X) \quad (19)$$

$$E(Y^2)^{K+1} \cong E(Y^2)^K + \sum_{i=1}^2 P_{k,i} \cdot h^2(X) \quad (20)$$

مقدار و انحراف استاندارد  $Y$  می‌تواند به‌وسیله روابط (۲۱) و (۲۲) تعیین شوند:

$$\psi_Y = E(Y) \quad (21)$$

$$\sigma_Y = \sqrt{E(Y^2) - \psi_Y^2} \quad (22)$$

### ۵.۲. روش تخمین سه‌نقطه‌ای<sup>۵</sup>

در این روش تعداد  $h$  نقطه در تابع چگالی احتمال تخمین زده شده است. نظریه کلی روش  $h$  نقطه تخمین‌شده در [۳۰] بیان شده است. با این حال در این کار، ارائه روش تخمین سه‌نقطه‌ای مورد استفاده قرار گرفته و روش پخش توان بهینه احتمالاتی با استفاده از این روش در ادامه بیان شده است.

روش تخمین از ۳ تا  $h$  نقطه تخمین‌شده توسط معادله (۲۳) تعریف شده است:

$$x_{l,k} = \mu_l + \xi_{l,k} \sigma_l \quad (23)$$

در معادله (۲۳)،  $\mu_l$  و  $\sigma_l$  به‌ترتیب میانگین و انحراف استاندارد  $x_l$  است.  $\xi_{l,k}$  می‌تواند در دو بخش روش‌های ۳ تا  $h$  نقطه به دست آمده باشد. روش تخمین سه‌نقطه‌ای هر متغیر  $x_l$  با وزن‌های مربوط آن‌ها بدین‌صورت توضیح داده شده است:

1. Average Value
2. Standard Deviation
3. Two Point Estimation Method (2PEM)

4. Concentration
5. Three Point Estimation Method (3PEM)

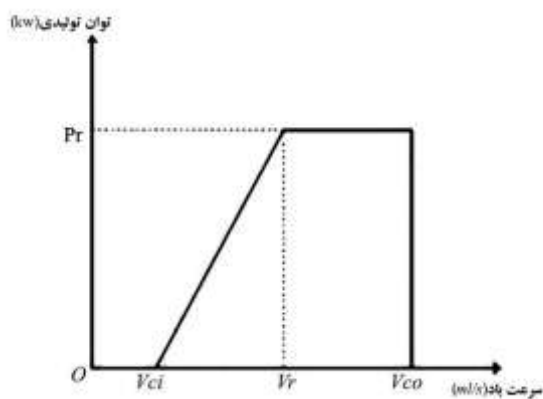
$$\mu = \bar{v} = \frac{1}{N} \sum v_i \quad (30)$$

$$\sigma = S = \sqrt{\frac{1}{N} \sum (v_i - \bar{v})^2} \quad (31)$$

$$k = \left(\frac{\sigma}{\mu}\right)^{-1.086} \quad (32)$$

$$c = \frac{\mu}{\Gamma(1+1/k)} \quad (33)$$

در این روابط،  $N$  تعداد کل اعداد نمونه،  $v_i$  سرعت باد در یک دوره زمانی،  $\Gamma$  تابع گاما،  $k$  و  $c$  دو پارامتر توزیع ویبول هستند. منحنی توان اکتیو تولیدی توربین بادی برحسب سرعت باد را می‌توان به صورت شکل (۲) توصیف کرد.



شکل (۲): منحنی توان تولیدی توربین بادی برحسب سرعت باد می‌توان از طریق شکل (۲) رابطه (۳۴) را به دست آورد:

$$P_w = \begin{cases} 0, & v \leq v_{ci} \\ k_1 v + k_2, & v_{ci} < v < v_r \\ P_r, & v_r < v < v_{co} \\ 0, & v > v_{co} \end{cases} \quad (34)$$

در رابطه (۳۴)  $k_2 = -k_1 v_{ci}$  و  $k_1 = \frac{P_r}{v_r - v_{ci}}$  توان اکتیو خروجی اندازه‌گیری شده،  $P_w$  توان اکتیو خروجی واقعی،  $v_{ci}$  سرعتی که توربین بادی شروع به تولید توان اکتیو می‌کند،  $v_r$  سرعت باد اندازه‌گیری شده،  $v_{co}$  سرعتی که توربین بادی تولید توان را قطع می‌کند و  $v$  سرعت واقعی باد است.

تابع توزیع احتمالاتی از طریق رابطه (۳۵) به دست می‌آید:

$$F(P_w) = \begin{cases} 1 - e^{-(v_{ci}/c)^k} + e^{-(v_{ci}/c)^k} \\ \int_{v_{ci}}^{v_{co}} \frac{P_w - k_2}{k_1} f(v) dv \\ e^{-(v_{co}/c)^k} - e^{-(v_{ci}/c)^k} \end{cases} \quad (35)$$

### ۲.۶.۲. مدل‌سازی احتمالاتی توان فتوولتائیک

تولید توان فتوولتائیک به میزان زیادی تحت تأثیر شرایط طبیعی قرار

با استفاده از ضرایب چولگی<sup>۱</sup> و کشیدگی<sup>۲</sup> می‌توان  $x_i$  را به ترتیب از رابطه‌های (۲۴) و (۲۵) محاسبه کرد:

$$\lambda_{k,3} = \frac{E[(x_i - \mu_1)^3]}{\sigma_1^3} \quad (24)$$

$$\lambda_{k,4} = \frac{E[(x_i - \mu_1)^4]}{\sigma_1^4} \quad (25)$$

در روابط (۲۴) و (۲۵)  $\mu_1$  و  $\sigma_1$  به ترتیب میانگین و انحراف استاندارد  $x_i$  است.

برای محاسبه  $\lambda_{k,3}$  و  $\lambda_{k,4}$  می‌توان از رابطه‌های (۲۴) و (۲۵) استفاده کرد. در معادله (۲۶) می‌توان  $\xi_{1,2}$  و  $\xi_{1,1}$  را با فرض  $\xi_{1,3} = 0$  محاسبه کرد.

$$\xi_{1,k} = \frac{\lambda_{1,3}}{2} + (-1)^{3-k} \times \sqrt{\lambda_{1,4} - \frac{3}{4} \lambda_{1,3}^2} \quad k=1,2. \quad (26)$$

برای محاسبه تابع چگالی احتمال تخمین سه نقطه‌ای از معادله (۲۳) استفاده می‌شود. همچنین، مقادیر مربوط به ضرایب وزن‌های  $W_{1,1}$ ،  $W_{1,2}$  و  $W_{1,3}$  از رابطه‌های (۲۷) و (۲۸) به دست می‌آید.

$$W_{1,k} = \frac{(-1)^{3-k}}{\xi_{1,k} (\xi_{k,1} - \xi_{1,2})} \quad k=1,2. \quad (27)$$

$$W_{1,3} = \frac{1}{n} - \frac{1}{\lambda_{1,4} - \lambda_{1,3}^2} \quad (28)$$

### ۶.۲. عدم قطعیت در مسئله پخش توان بهینه احتمالاتی

همان‌طور که پیش‌تر ذکر شد، پخش توان بهینه احتمالاتی یک مسئله بهینه‌سازی با برخی محدودیت‌های برابری و نابرابری است. در این مقاله، عدم قطعیت‌های در نظر گرفته شده بیان و مدل‌سازی شده است.

#### ۱.۶.۲. مدل‌سازی احتمالاتی توان بادی

داده‌های اندازه‌گیری نشان می‌دهد که منحنی سرعت باد را می‌توان از طریق تابع توزیع ویبول توصیف کرد. پارامترهای تابع چگالی احتمال برای توزیع ویبول از طریق رابطه (۲۹) محاسبه می‌شود [۳۱]:

$$f(v) = \frac{k}{c} \left(\frac{v}{c}\right)^{k-1} e^{-\left(\frac{v}{c}\right)^k} \quad (29)$$

در اینجا  $v$  سرعت باد،  $k$  و  $c$  دو پارامتر توزیع ویبول می‌باشد که  $k$  پارامتر شکل و  $c$  بیانگر پارامتر مقیاس است.

برای محاسبه مقدار میانگین  $\mu$  و انحراف استاندارد  $\sigma$  تابع توزیع ویبول می‌توان از روابط (۳۰) تا (۳۳) استفاده کرد:

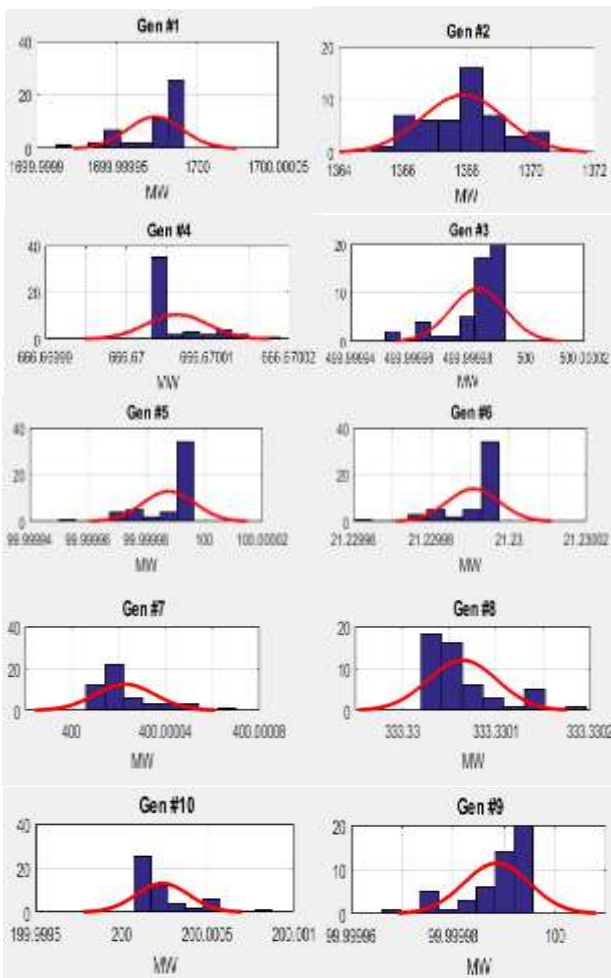
1. Skewness
2. Kurtosis

$T_e$  دمای سلول برحسب درجه سانتی گراد و  $T_r$  دمای مرجع برحسب درجه سانتی گراد است.

### ۳. شبکه مورد مطالعه

برای تحلیل پخش توان بهینه احتمالاتی، شبکه استاندارد ۸۹ شینه PEGASE اروپا، دارای ۸۹ شین، ۱۲ ژنراتور و ۲۱۰ خط انتقال، به عنوان شبکه مورد مطالعه انتخاب شده است [۳۳]. از تحلیل نتایج این شبکه می توان برای سنجش دقت روش های شبیه سازی مونت کارلو و روش های تحلیلی استفاده کرد. شبیه سازی در یک رایانه شخصی با پردازنده ۱/۸ گیگا هرتز و حافظه ۸ گیگا بایت اجرا شده است.

اطلاعات مربوط به این شبکه در مرجع [۳۴] بیان شده است. همچنین اطلاعات مربوط به توربین بادی و نیروگاه خورشیدی در پیوست ارائه شده است. از آنجا که در مرجع های مختلف شین های متفاوتی برای استقرار نیروگاه های خورشیدی و توربین بادی پیشنهاد شده است، در این مقاله محل استقرار نیروگاه های فوق به ترتیب در شین های ۷ و ۸ لحاظ شده است. بدیهی است با تغییر محل استقرار، امکان بروز تغییراتی در نتایج بیان شده، دور از انتظار نخواهد بود.



دارد. بنابراین، توان خروجی با توجه به شدت نور تغییر می کند. تحقیق ها نشان می دهد که شدت نور در یک مدت زمان کوتاه توسط تابع توزیع بتا توصیف می شود [۳۲]. تابع چگالی احتمال را می توان از طریق رابطه (۳۶) توصیف کرد:

$$f(r) = \frac{\Gamma(\alpha + \beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} \left(\frac{r}{r_{\max}}\right)^{\alpha-1} \left(1 - \frac{r}{r_{\max}}\right)^{\beta-1} \quad (36)$$

در رابطه (۳۶)،  $\alpha$  و  $\beta$  می توانند پارامترهای شکل توزیع بتا،  $\Gamma$  تابع گاما،  $r$  شدت نور واقعی در یک دوره و  $r_{\max}$  حداکثر شدت نور در خلال دوره زمانی هستند.

پارامترهای  $\alpha$  و  $\beta$  می توانند به وسیله مقدار میانگین  $\mu$  و انحراف استاندارد  $\sigma$  شدت نور به وسیله روابط (۳۷) و (۳۸) بیان شوند:

$$\alpha = \mu \left[ \frac{\mu(1-\mu)}{\sigma^2} - 1 \right] \quad (37)$$

$$\beta = (1-\mu) \left[ \frac{\mu(1-\mu)}{\sigma^2} - 1 \right] \quad (38)$$

پس از به دست آوردن تابع چگالی احتمال نور می توان، توان خروجی ( $P_M$ ) و حداکثر توان خروجی ( $P_{M_{\max}}$ ) را محاسبه کرد.  $P_M$  و  $P_{M_{\max}}$  از طریق روابط (۳۹) و (۴۰) به دست می آیند:

$$P_M = r.A.\eta \quad (39)$$

$$P_{M_{\max}} = r_{\max}.A.\eta \quad (40)$$

در اینجا،  $A$  کل مساحت آرایه فتوولتائیک و  $\eta$  بازده تبدیل باتری است. بنابراین، تابع چگالی احتمال توان خروجی  $P_M$  از طریق رابطه (۴۱) به دست می آید:

$$f(P_M) = \frac{\Gamma(\alpha + \beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} \left(\frac{P_M}{P_{M_{\max}}}\right)^{\alpha-1} \left(1 - \frac{P_M}{P_{M_{\max}}}\right)^{\beta-1} \quad (41)$$

در نتیجه، تابع چگالی احتمال توان خروجی  $P_M$  به وسیله توزیع بتا توصیف می شود.

مقادیر تابش خورشید و دمای هوا دو پارامتر مهم در تولید توان الکتریکی توسط نیروگاه خورشیدی هستند. این پارامترها برحسب زمان متغیرند. همان طور که اشاره شد در این مقاله تابش خورشید با استفاده از تابع توزیع بتا مدل شده است. شرایط واقعی بهره برداری نیروگاه خورشیدی متفاوت با وضعیت استاندارد است. بنابراین میزان توان تولیدی سلول فتوولتائیک<sup>۱</sup> در شرایط واقعی به صورت رابطه (۴۲) محاسبه می شود [۳۳]:

$$P_{PV} = P_{STC} \times \frac{G_{ING}}{G_{STC}} \times (1 + k(T_c - T_r)) \quad (42)$$

که  $P_{STC}$  اندازه توان سلول فتوولتائیک،  $G_{ING}$  میزان تابش خورشید،  $G_{STC}$  مقدار تابش در شرایط آزمون استاندارد،  $k$  ضریب حداکثر دما،

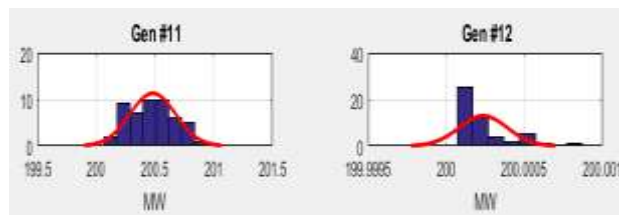
۶	۱۹/۲	۶/۲۰۹۲
۷	۳۶۲/۲	۱۱۶/۹۸۸۳
۸	۳۰۱/۸	۹۷/۴۸۹۳
۹	۹۰/۶	۲۹/۲۴۷۱
۱۰	۱۸۱/۱	۵۸/۴۹۴۲
۱۱	۱۸۲	۵۸/۷۸۰۱
۱۲	۱۸۱/۱	۵۸/۴۹۴۲

جدول (۳): نتایج میانگین و انحراف استاندارد تغییرات توان اکتیو تولیدی (برحسب مگاوات) در روش تخمین سه‌نقطه‌ای

شماره ژنراتور	میانگین	انحراف استاندارد
۱	۱۶۹۰/۶	۱۲۶/۲۳۹۸
۲	۱۳۵۸/۴	۱۰۱/۹۴۸۴
۳	۴۹۷/۲	۳۷/۱۲۹۳
۴	۶۶۳	۴۹/۵۰۶۰
۵	۹۹/۴	۷/۴۲۵۹
۶	۲۱/۱	۱/۵۷۶۵
۷	۳۹۷/۸	۲۹/۷۰۳۵
۸	۳۳۱/۵	۲۴/۷۵۲۶
۹	۹۹/۴	۷/۴۲۵۹
۱۰	۱۹۸/۹	۱۴/۸۵۱۷
۱۱	۱۹۹/۷	۱۴/۹۴۶۲
۱۲	۱۹۸/۹	۱۴/۸۵۱۷

با مقایسه هم‌زمان نتایج سه روش شبیه‌سازی مونت کارلو، روش تخمین دونقطه‌ای و روش تخمین سه‌نقطه‌ای که در جدول (۴) نشان داده شده است، می‌توان بیان کرد که چون در روش شبیه‌سازی مونت کارلو از روابط ریاضی پیچیده‌تری استفاده می‌شود، نتایج به‌دست‌آمده دقیق‌ترند اما در دو روش تخمین نقطه‌ای چون از نقاط اولیه کمتری استفاده می‌شود و روابط ریاضی در این روش‌ها ساده‌تر است، دقت نتایج نسبت به حالت شبیه‌سازی مونت کارلو کاهش می‌یابد. مشابه همین توضیح‌ها نیز برای مقایسه مقادیر انحراف استاندارد صدق می‌کند.

در روش تخمین سه‌نقطه‌ای (طبق روابط ۲۴ و ۲۵)، علاوه بر محاسبه وزن‌ها برای هر متغیر، از ضرایب اسکینوس و کورتوسیس استفاده می‌شود؛ که این موضوع، سبب افزایش دقت این روش می‌شود. ضریب اسکینوس نشان‌دهنده میزان عدم تقارن توزیع احتمالاتی، برابر با گشتاور سوم نرمال فرض شده و در صورتی که داده‌ها نسبت به میانگین متقارن باشند، برابر صفر خواهد بود. این ضریب، معیاری از وجود یا عدم تقارن تابع توزیع است و مقدار آن برای یک توزیع نامتقارن با کشیدگی به سمت بالاتر مثبت و برای توزیع نامتقارن با کشیدگی به سمت مقادیر کوچک‌تر، منفی می‌باشد.



شکل (۳): نمودار هیستوگرام و توزیع احتمالی متغیرهای تصادفی برای روش شبیه‌سازی مونت کارلو

چون در اجرای روش شبیه‌سازی مونت کارلو از نقاط ورودی متعددی استفاده می‌شود، می‌توان مقادیر میانگین و انحراف استاندارد خروجی متغیرهای مختلف را به وسیله منحنی هیستوگرام نشان داد. این منحنی برای شبکه مورد مطالعه در شکل (۳) نشان داده شده است. نتایج مربوط به میانگین و انحراف استاندارد توان‌های تولیدی در جدول (۱) نشان داده شده است.

جدول (۱): نتایج میانگین و انحراف استاندارد تغییرات توان اکتیو تولیدی (برحسب مگاوات) در روش شبیه‌سازی مونت کارلو

شماره ژنراتور	میانگین	انحراف استاندارد
۱	۱۶۹۹/۹۸	۵۶۶/۶۸
۲	۱۳۶۸	۴۵۶
۳	۵۰۰	۱۶۶/۶۷
۴	۶۶۶/۷	۲۲۲/۲۴
۵	۹۹/۹	۳۳/۳
۶	۲۱/۲۳	۷/۰۷۶
۷	۴۰۰	۱۳۳/۳۴
۸	۳۳۳/۳	۱۱۱/۱
۹	۹۹/۹	۳۳/۳
۱۰	۲۰۰	۶۶/۶۷
۱۱	۲۰۰/۵	۶۶/۸۴
۱۲	۲۰۰	۶۶/۶۷

با اجرای روش تخمین نقطه‌ای (دو و سه‌نقطه‌ای) برای شبکه استاندارد مورد مطالعه می‌توان نتیجه گرفت که چون این روش از متغیرهای ورودی محدود (دو یا سه نقطه) استفاده می‌کند، فقط توانایی نشان دادن مقدار میانگین و انحراف استاندارد توان هر واحد تولیدی را دارد که این نتایج در جدول‌های (۲) و (۳) گزارش شده‌اند.

جدول (۲): نتایج میانگین و انحراف استاندارد تغییرات توان اکتیو تولیدی (برحسب مگاوات) در روش تخمین دونقطه‌ای

شماره ژنراتور	میانگین	انحراف استاندارد
۱	۱۵۳۹/۴	۴۹۷/۲۰۰۴
۲	۱۲۳۸/۹	۴۰۰/۲۲۷۹
۳	۴۵۲/۸	۱۴۶/۲۳۵۴
۴	۶۰۳/۷	۱۹۴/۹۸۱۵
۵	۹۰/۶	۲۹/۲۴۷۱



شبیه‌سازی مونت کارلو و تخمین دونقطه‌ای به ترتیب دارای ۰/۲۶ و ۰/۵۰ درصد افزایش هزینه نسبت به روش تخمین سه‌نقطه‌ای هستند.

جدول (۵): مقایسه نتایج هم‌زمان زمان اجرا سه روش مورد مطالعه

زمان محاسبه (ثانیه)	روش حل
۲۹/۹۴۰۴۳۴	شبیه‌سازی مونت کارلو
۲/۲۱۷۴۱۴	روش تخمین دونقطه‌ای
۲/۰۸۵۸۲۴	روش تخمین سه‌نقطه‌ای

جدول (۶): مقایسه نتایج هزینه پخش توان بهینه برحسب دلار بر ساعت

هزینه	روش حل
۵۴۳۱۳/۴۰۹۸۸	شبیه‌سازی مونت کارلو
۵۴۴۴۴/۰۴۲۹۸	روش تخمین دونقطه‌ای
۵۴۱۷۲/۲۱۸۷۷	روش تخمین سه‌نقطه‌ای

در روش شبیه‌سازی مونت کارلو مقادیری تصادفی برای متغیرهای ورودی غیرقطعی تولید شده و مدل تصادفی به مدل قطعی تبدیل و حل می‌شود. مهم‌ترین کاستی روش شبیه‌سازی مونت کارلو، نیاز به تعداد تکرار بسیار بالای عملیات شبیه‌سازی برای حصول به همگرایی است. روش‌های تحلیلی، مانند تبدیل فوریه سریع [۲۱] و روش کامپولنت [۳۶] روش‌های محاسباتی موثرتری هستند که نیازمند اعمال فرض‌های ساده‌کننده هستند و روش‌های تقریبی مانند روش گشتاور دوم مرتبه اول [۳۷] و روش تخمین نقطه‌ای، یک توصیف تقریبی از ویژگی‌های آماری متغیرهای تصادفی خروجی را فراهم می‌کنند. روش‌های تخمین نقطه‌ای به‌عنوان روش‌هایی مؤثر در تحلیل عدم قطعیت‌ها، همانند روش شبیه‌سازی مونت کارلو از الگوی حل مشابه برای حل مسائل احتمالاتی استفاده می‌کنند، با این تفاوت که بار محاسباتی آن‌ها بسیار کمتر است. همچنین، این روش‌ها بر مشکل عدم دسترسی به دانش کامل درباره توابع توزیع احتمال فائق آمده و این توابع را با استفاده از تنها چند گشتاور نخست آماری تخمین می‌زنند. به‌طور کلی، هدف هر یک از روش‌های تخمین نقطه‌ای محاسبه گشتاورهای متغیرهای تصادفی است.

جدول (۷) مهم‌ترین روش‌های تخمین نقطه‌ای را از لحاظ تعداد دفعات مورد نیاز شبیه‌سازی، بازدهی در سیستم‌های بزرگ مقیاس، قابلیت اجرا از نظر تقارن و همبستگی متغیرهای تصادفی مقایسه می‌کند. در این جدول،  $m$  تعداد متغیرهای غیرقطعی و  $k$  پارامترهای مرتبط با روش هانگ است.

جدول (۷): مقایسه روش‌های تخمین نقطه‌ای [۲۶]

روش	تعداد مراحل شبیه‌سازی	کارایی در سیستم‌های بزرگ-مقیاس	قابلیت اجرای محاسبات در	قابلیت اجرای محاسبات
روش هانگ	تعداد مراحل شبیه‌سازی	کارایی در سیستم‌های بزرگ-مقیاس	قابلیت اجرای محاسبات در	قابلیت اجرای محاسبات

همچنین ضریب کورتوسیس، توصیف‌کننده میزان قله‌ای بودن یا مسطح بودن یک توزیع احتمالی و برابر با گشتاور چهارم نرمال است. مقدار این ضریب برای توابع چگالی احتمال تیز و دنباله پهن، بیشتر خواهد بود و معیاری از تیزی منحنی در نقطه حداکثر است. بنا بر دلایل فوق، به‌کارگیری روش تخمین سه‌نقطه‌ای توصیه می‌شود.

جدول (۴): مقایسه هم‌زمان نتایج میانگین و انحراف استاندارد تغییرات توان اکتیو تولیدی (برحسب مگاوات) در سه روش محاسباتی

شماره ژنراتور	میانگین			انحراف استاندارد		
	MCS	2PEM	3PEM	MCS	2PEM	3PEM
۱	۱۶۹۹/۹	۱۵۳۹/۴	۱۶۹۰/۶	۵۶۶/۶	۴۹۷/۲	۱۲۶/۲
۲	۱۳۶۸	۱۲۳۸/۹	۱۳۵۸/۴	۴۵۶	۴۰۰/۲	۱۰۱/۹
۳	۵۰۰	۴۵۲/۸	۴۹۷/۲	۱۶۶/۶	۱۴۶/۲	۳۷/۱
۴	۶۶۶/۷	۶۰۳/۷	۶۶۳	۲۲۲/۲	۱۹۴/۹	۴۹/۵
۵	۹۹/۹	۹۰/۶	۹۹/۴	۳۳/۳	۲۹/۲	۷/۴۲
۶	۲۱/۲۳	۱۹/۲	۲۱/۱	۷/۰۷	۶/۲	۱/۵۷
۷	۴۰۰	۳۶۲/۲	۳۹۷/۸	۱۳۳/۳	۱۱۶/۹	۲۹/۷
۸	۳۳۳/۳	۳۰۱/۸	۳۳۱/۵	۱۱۱/۱	۹۷/۴	۲۴/۷
۹	۹۹/۹	۹۰/۶	۹۹/۴	۳۳/۳	۲۹/۲	۷/۴۲
۱۰	۲۰۰	۱۸۱/۱	۱۹۸/۹	۶۶/۶	۵۸/۴	۱۴/۸
۱۱	۲۰۰/۵	۱۸۲	۱۹۹/۷	۶۶/۸	۵۸/۷	۱۴/۹
۱۲	۲۰۰	۱۸۱/۱	۱۹۸/۹	۶۶/۶	۵۸/۴	۱۴/۸

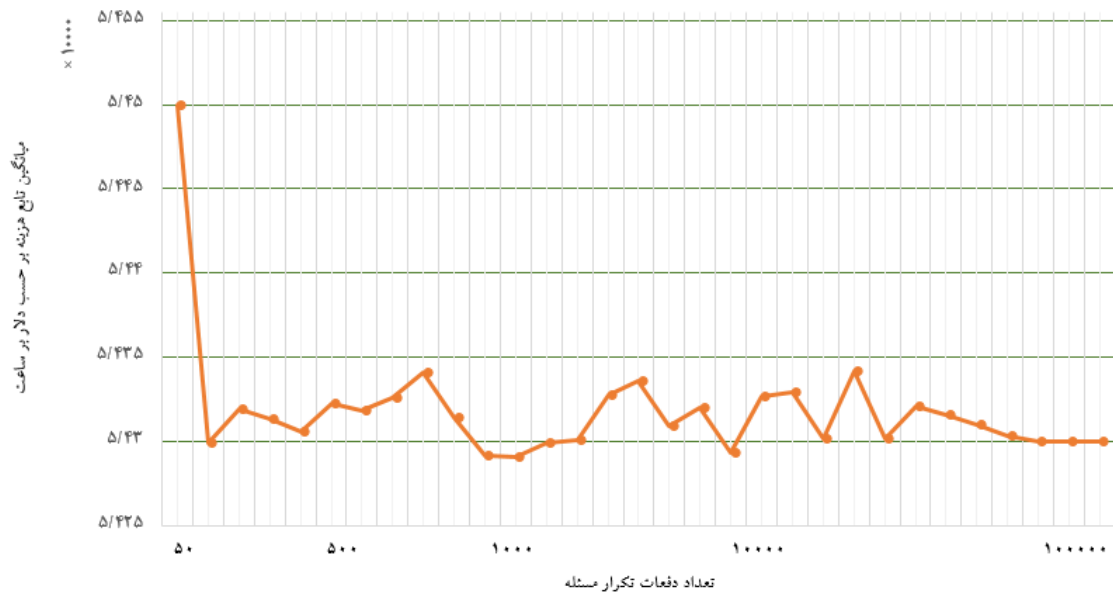
با توجه به نتایج ارائه‌شده در جدول (۵) می‌توان بیان داشت که به‌دلیل استفاده از روابط ریاضی پیچیده در روش شبیه‌سازی مونت کارلو، در شروع فرایند شبیه‌سازی، از نقاط بیشتری استفاده می‌شود که به همین دلیل این روش، زمان‌بر است. اما در روش تخمین دونقطه‌ای چون فرایند شروع محاسبه فقط با دو نقطه انجام می‌شود، حصول جواب نهایی در زمان کوتاه‌تری نسبت به روش شبیه‌سازی مونت کارلو انجام می‌پذیرد. همچنین در روش تخمین سه نقطه روابط ریاضی ساده‌تر بوده و تعداد نقاط ورودی نسبت به روش دونقطه‌ای بیشتر می‌شود؛ که این موضوع سبب افزایش سرعت محاسبه خواهد شد. به همین دلیل روش تخمین سه‌نقطه‌ای نسبت به دو روش شبیه‌سازی مونت کارلو و روش تخمین دونقطه‌ای از نظر زمان محاسبه سریع‌تر به جواب می‌رسد. دلیل عمده این موضوع بهره‌گیری این روش از ضرایب اسکینوس و کورتوسیس در ساختار محاسباتی است. روش تخمین دونقطه‌ای و روش شبیه‌سازی مونت کارلو به ترتیب دارای ۶/۳۰ و ۱۳۳۵/۴۸ درصد افزایش زمان اجرا نسبت به روش تخمین سه‌نقطه‌ای است. همچنین با توجه به تحلیل آماری ارائه‌شده در جدول (۶) می‌توان مشاهده کرد که هزینه پخش توان بهینه برحسب دلار بر ساعت در روش تخمین سه‌نقطه‌ای، حداقل است. سایر روش‌ها همانند

## مقایسه روش‌های تخمین نقطه‌ای و شبیه‌سازی مونت کارلو در حل پخش توان بهینه احتمالاتی ... ۸۱

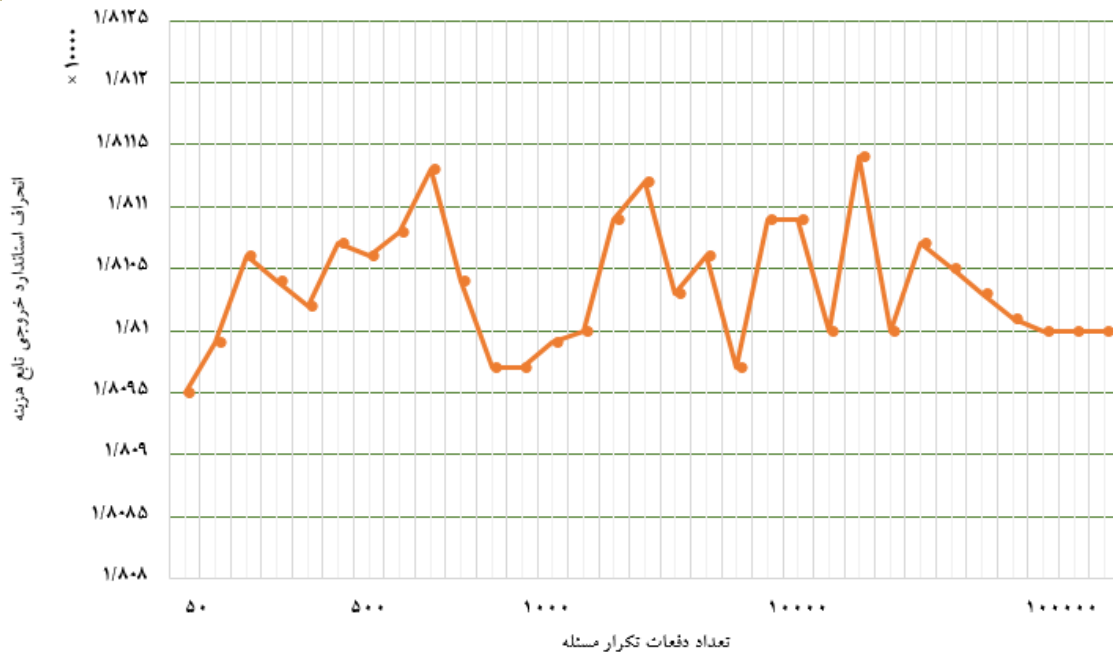
که عملاً سبب افزایش تعداد و حجم محاسبه می‌شوند. بنابراین، روش اصل روزنبلوس و روش‌های تخمین نقطه‌ای متکی به روش روزنبلوس به دلیل نیاز به تعداد شبیه‌سازی بالا، برای به‌کارگیری در سیستم قدرت با ابعاد واقعی مناسب نیستند. همچنین تعداد شبیه‌سازی اجرا شده با استفاده از روش تخمین نقطه‌ای هار [۳۸] و هانگ [۳۹] به صورت خطی با تعداد متغیرهای تصادفی ورودی افزایش می‌یابد که در مقایسه با روش‌های روزنبلوس و لی، یک مزیت برجسته محسوب می‌شود. روش تخمین نقطه‌ای هار که برای متغیرهای همبسته مناسب است، تنها به متغیرهای متقارن که ضریب اسکینوس برابر صفر است، محدود می‌شود.

روزنبلوس	$2^m$	خیلی پایین	حضور متغیرهای نامتقارن	حضور متغیرهای هم بسته	در حضور
لی	$O(m^3)$	پایین	بله	بله	
هار	$2m$	بالا	خیر	بله	
هانگ	km یا km+۱	بالا	بله	خیر	

مسائل مربوط به سیستم‌های قدرت واقعی، دارای تعداد زیاد متغیرهای تصادفی مانند در دسترس بودن یا نبودن نیروگاه، خطوط، ترانسفورماتور، مقدار بار هر شین، تولیدهای بادی و خورشیدی هستند



شکل (۴): روند همگرایی مقادیر میانگین تابع هزینه پخش بار بهینه در شبیه‌سازی مونت کارلو بر اساس تعداد دفعات تکرار



شکل (۵): روند همگرایی مقادیر انحراف استاندارد تابع هزینه پخش بار بهینه در شبیه‌سازی مونت کارلو بر اساس تعداد دفعات تکرار

- زمان محاسبه روش تخمین سه نقطه‌ای حدود ۶ درصد از روش تخمین دونقطه‌ای کمتر است.

نتایج نشان می‌دهند که هریک از روش‌های حل احتمالاتی ویژگی خاص مربوط به خود را دارند و هیچ‌یک برتری کاملی بر دیگری ندارند.

### فهرست علائم

فهرست علائم مربوط به رابطه‌های (۱) تا (۱۲) در جدول (۸) تعریف شده است.

جدول (۸): معرفی نمادهای مورد استفاده در روابط ریاضی

نماد	توضیح
$d$	شاخص تقاضا از ۱ تا $D$
$g$	شاخص تولید از ۱ تا $G$
$i, j$	شاخص شین‌ها از ۱ تا $N_b$
$P_i^{\max}$	حد بالای توان اکتیو تولیدشده توسط واحد $i$ (برحسب بر واحد)
$P_i^{\min}$	حد پایین توان اکتیو تولیدشده توسط واحد $i$ (برحسب بر واحد)
$P_i^{\text{net}}$	توان اکتیو خالص تزریق‌شده توسط شین $i$ (برحسب بر واحد)
$Q_i^{\max}$	حد بالای توان راکتیو تولیدشده توسط واحد $i$ (برحسب بر واحد)
$Q_i^{\min}$	حد پایین توان راکتیو تولیدشده توسط واحد $i$ (برحسب بر واحد)
$Q_i^{\text{net}}$	توان راکتیو خالص تزریق‌شده در شین $i$ (برحسب بر واحد)
$S_{ij}^{\max}$	حداکثر حد مجاز پخش توان بین شین‌های $i$ و $j$ (برحسب بر واحد)
$S_{ij}$	توان خطوط بین شین‌های $i$ و $j$ (برحسب مگا ولت آمپر)
$V_i^{\max}$	حداکثر حد مجاز ولتاژ در شین $i$ (برحسب بر واحد)
$V_i^{\min}$	حداقل حد مجاز ولتاژ در شین $i$ (برحسب بر واحد)
$Y_{ij}$	مقدار ادمیتانس بین شین‌های $i$ و $j$ (برحسب بر واحد)
$\delta_i$	زاویه ولتاژ در شین $i$ (برحسب رادیان)
$\theta_{ij}$	زاویه ادمیتانس بین شین $i$ و $j$
$P_D$	بردار توان اکتیو بار مصرف‌شده (برحسب بر واحد)
$P_G$	بردار توان اکتیو تولیدشده ژنراتورها (برحسب بر واحد)
$P_{\text{DER}}$	بردار توان اکتیو تولیدشده توسط DER (برحسب بر واحد)
$Q_D$	بردار توان راکتیو بار (برحسب بر واحد)
$Q_{\text{DER}}$	بردار توان راکتیو مصرف‌شده/ تولیدشده توسط DER (برحسب بر واحد)
$Q_G$	بردار توان راکتیو ژنراتورها (برحسب بر واحد)
$V$	بردار دامنه ولتاژ شین (برحسب بر واحد)
$X$	بردار عدم قطعیت متغیرهای ورودی
$Y$	بردار عدم قطعیت متغیرهای خروجی
$\delta$	بردار زاویه ولتاژ شین (برحسب رادیان)
$V_i$	سرعت به کار افتادن توربین بادی (برحسب متر بر ثانیه)
$V_o$	سرعت از کار افتادن توربین بادی (برحسب متر بر ثانیه)

شکل‌های (۴) و (۵)، به ترتیب مقادیر میانگین و انحراف معیار تابع هزینه پخش بار بهینه حاصل از انجام پخش بار احتمالاتی با روش شبیه‌سازی مونت کارلو بر اساس تعداد دفعات تکرار را نشان می‌دهد. نقطه شروع در شکل (۴) مقدار هزینه بهینه حاصل از مقدار قطعی پخش توان را نشان می‌دهد و همان طور که از این شکل مشخص است، مقدار آن بیشتر از مقدار متناظر به هنگام منظور نمودن اثر نیروگاه‌های بادی و خورشیدی است. این موضوع مؤید کاهش هزینه‌های بهره‌برداری شبکه به هنگام نفوذ انرژی‌های تجدیدپذیر است. اجرای روش شبیه‌سازی مونت کارلو برای تعداد دفعات تکرار بیشتر، نشان می‌دهد که از تکرار ۱۰۰۰۰۰ به بعد، محاسبات همگرا شده و تغییر معنی‌داری در نتایج حاصل نخواهد شد.

### ۴. نتیجه‌گیری

در این مقاله، روش‌های شبیه‌سازی تحلیلی احتمالاتی در خصوص پخش توان بهینه احتمالاتی سیستم قدرت مورد مطالعه قرار گرفتند. عدم قطعیت‌های لحاظ‌شده مشتمل برای مقادیر توان‌های تولیدی از منابع بادی و خورشیدی هستند. روش‌های مونت کارلو، تخمین دونقطه‌ای و تخمین سه نقطه‌ای برای ارزیابی مسئله پخش توان بهینه احتمالاتی انجام شده است. این روش‌ها نقاط نمونه مناسب از عدم قطعیت متغیرهای ورودی را انتخاب کرده پخش توان بهینه احتمالاتی با درجه بالایی از دقت و صحت را انجام می‌دهند. روش‌های پیشنهادی به‌طور موفقیت‌آمیز برای شبکه استاندارد ۸۹ شینه PEGASE اروپا مطالعه شده است. با توجه به نتایج به‌دست‌آمده می‌توان به‌صورت زیر آن‌ها را دسته‌بندی کرد:

- دقت روش مونت کارلو به‌دلیل تعداد بیش‌تر تکرارها در حل مسئله از روش‌های تخمین نقطه‌ای بالا می‌باشد.
- زمان محاسبه در روش مونت کارلو حدود ده برابر بیشتر از روش‌های تخمین نقطه‌ای است.
- روش شبیه‌سازی مونت کارلو توانایی نشان دادن منحنی هیستوگرام را دارد درحالی‌که روش تخمین نقطه‌ای فقط توانایی نشان دادن میانگین و انحراف استاندارد را دارد.
- روش‌های تخمین نقطه‌ای نسبت به روش شبیه‌سازی مونت کارلو نتایج تقریباً مشابهی را با اختلاف حدود ۲ تا ۳ درصد کاهش یا افزایشی در زمان بسیار کمتری ممکن می‌سازند.
- پیاده‌سازی روش تخمین نقطه‌ای بسیار ساده‌تر از روش شبیه‌سازی مونت کارلو است.

اطلاعات دقیق درباره انرژی بادی و نیروگاه خورشیدی در جدول‌های (۹) و (۱۰) نشان داده شده است.

جدول (۹): اطلاعات نیروگاه خورشیدی

مقادیر	توضیح
VMPP=۲۸/۳۶	ولتاژ در نقطه توان حداکثر (ولت)
IMPP=۷/۷۶	جریان در نقطه توان حداکثر (آمپر)
Voc=۳۹/۹۶	ولتاژ مدار باز (ولت)
Isc=۸/۳۸	جریان اتصال کوتاه (آمپر)
Not=۴۳	دمای نرمال بهره‌برداری سلول (درجه سانتی‌گراد)
Ki=۰/۰۰۵۴۵	ضریب دمای جریان
Kv=۰/۱۲۷۸	ضریب دمای ولتاژ
Npvmod=۲۰۰۰	تعداد کل ماژول‌های نیروگاه خورشیدی استفاده شده برای تشکیل یک آرایه نیروگاه خورشیدی

جدول (۱۰): اطلاعات توربین بادی

مقادیر	توضیح
Prated=۲۵۰۰۰۰	حداکثر توان تولیدی توربین بادی (برحسب کیلووات)
Vcin=۳	سرعت به کار افتادن توربین بادی (برحسب متر بر ثانیه)
Vcout=۲۵	سرعت از کار افتادن توربین بادی (برحسب متر بر ثانیه)
Vnom=۱۲	سرعت نامی باد (برحسب متر بر ثانیه)

## مراجع

- [1] Shargh, S., Khorshid Ghazani, B., Mohammadi-ivatloo, B., "Probabilistic Multi – Objective Optimal Power Flow Considering Correlated Wind Power and Load Uncertainties", Renewable Energy, Vol. 49, pp. 10-21, 2016.
- [2] Aien, M., Rashidinejad, M., Fotuhi-Firuzabad, M., "Probabilistic Optimal Power Flow in Correlated Hybrid Wind – PV Power System: A Review and A New Approach", Renewable and Sustainable Energy Reviews, Vol. 41, pp. 1437-1446, 2015.
- [3] Bie, P., Zhang, B., Li, H., "Probabilistic Power Flow Using Improved Monte Carlo Simulation Method with Correlated with Sources", 7<sup>th</sup> International Conference on Electronics and Information Engineering, Vol. 10322, 2017.
- [4] Villanueva, D., Feijoo, A. E., Pazos, J. I., "An Analytical Method to Solve the Probabilistic Load Flow Considering Load Demand Correlation Using the Dc Load Flow", Electric Power Systems Research, Vol. 110, pp. 1-8, 2014.
- [5] Verbic, G., Canizares, C. A., "Probabilistic Optimal Power Flow in Electricity Markets Based on Two – Point Estimate", IEEE Transaction on Power Systems, Vol. 21, No. 4, pp. 1883-1893, 2006.
- [6] Rosenblueth, E., "Point Estimate for Probability Moments", Proc. Natl. Acad. Sci., Vol. 72, No. 10, pp. 3812-3814, 1975.
- [7] Hong, H., "An Efficient Point Estimate Method for Probabilistic Analysis", Reliability Engineering & Systems Safety, Vol. 59, No. 3, pp. 261-267, 1998.
- [8] Yuan, Y., Zhou, J., Ju, P., Feuchtwang, J., "Probabilistic Load Flow Computation of a Power System Containing Wind Farms Using the Method of Combined Cumulants and Gram-Charlier Expansion", IET Renewable Power Generation, Vol. 5, No. 6, pp. 448-454, 2011.
- [9] Chen, C., Wu, W., Zhang, B., Sun, H., "Correlated Probabilistic Load Flow Using a Point Estimate Method with Nataf Transformation", International Journal of Electrical Power & Energy Systems, Vol. 65, pp. 325-333, 2015.
- [10] Ai, X., Wen, J., Wu, T., Lee, W., "A Discrete Point Estimate Method for Probabilistic Load Flow Based on The Measured Data of Wind Power", IEEE Transaction on Industry Applications, Vol. 49, No. 5, pp. 2244-2252, 2013.
- [11] Villanueva, D., Pazos, J., Feijoo, A., "Probabilistic Load Flow Including Wind Power Generation", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 26, No. 3, pp. 1659-1667, 2011.

- [12] Usaola, J., "Probabilistic Load Flow in Systems with Wind Generation", IET Generation, Transmission & Distribution, Vol. 3, No. 12, pp. 1031-1041, 2009.
- [13] Usaola, J., "Probabilistic Load Flow with Correlated Wind Power Injections", Electric Power Systems Research, Vol. 80, No. 5, pp. 528-536, 2010.
- [14] Morales, J., Baringo, L., Conejo, A., Minguez, R., "Probabilistic Power Flow with Correlated Wind Sources", IET Generation, Transmission & Distribution, Vol. 4, No. 5, pp. 641-651, 2010.
- [15] Gupta, N., "Probabilistic Load Flow with Detailed Wind Generator Models Considering Correlated Wind Generation and Correlated Loads", Renewable Energy, Vol. 94, pp. 96-105, 2016.
- [16] Kabir, M. N., Mishra, Y., Bansal, R. C., "Probabilistic Load Flow for Distribution Systems with Uncertain PV Generation", Applied Energy, Vol. 163, pp. 343-351, 2016.
- [17] Carpinelli, G., Caramia, P., Varilone, P., "Multi – Linear Monte Carlo Simulation Method for Probabilistic Load Flow of Distribution System with Wind and Photovoltaic Generation Systems", Renewable Energy, Vol. 76, pp. 283-295, 2015.
- [18] Tourandaz Kenari, M., Sepasian, M. S., Setayesh Nazari, M., "Study of Voltage in Distribution Network Considering Wind Turbine and Static Load Model with Gamma Distribution", JEM, Vol. 7, No. 4, pp. 28-41, 2018.
- [19] Morales, J., Conejo, A., Perez – Ruiz, J., "Simulating The Impact of Wind Production on Locational Marginal Prices", IEEE Transaction on Power Systems, Vol. 26, No. 2, pp. 820-828, 2011.
- [20] Dopazo, J. M., Klitin, O. A., Sasson, A. M., "Stochastic Load Flows", IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems, Vol. 94, pp. 299-309, 1975.
- [21] Allan, R. N., Silva, A. M. L., "Evaluation Methods and Accuracy in Probabilistic Load Flow Solutions", IEEE Transaction on Power Apparatus Systems, Vol. PAS-100, No. 5, pp. 2539-2546, 1981.
- [22] Li, X., Cao, J., Du, D., "Probabilistic Optimal Power Flow for Power Systems Considering Wind Uncertainty and Load Correlation", Neurocomputing, Vol. 148, No. 19, pp. 240-247, 2014.
- [23] Aien, M., Fotuhi Firuzabad, M., Rashidinejad, M., "Probabilistic Optimal Power Flow in Correlated Hybrid Wind Photovoltaic Power System", IEEE Transaction on Smart Grid, Vol. 5, No. 1, pp. 130-138, 2014.
- [24] Xiao, Q., "Comparing Three Methods for Solving Probabilistic Optimal Power Flow", Electric Power Systems Research, Vol. 124, pp. 92-99, 2015.
- [25] Rabiee, A., Mohammadi, M., "Transient Stability Constrained Probabilistic Optimal Power Flow in The Electricity Market Environment", Tabriz Journal of Electrical Engineering, Vol. 46, No. 1, pp. 169-183, 2016.
- [26] Morales, J., Perez – Ruiz, J., "Point Estimate Schemes to Solve the Probabilistic Power Flow", IEEE Transaction on Power Systems, Vol. 22, No. 4, pp. 1594-1601, 2007.
- [27] Aien, M., Rashidinejad, M., Fotuhi Firuzabad, M., "Probabilistic Optimal Power Flow in Correlated Hybrid Wind – PV Power Systems: A Review and A New Approach", Renewable and Sustainable Energy Reviews, Vol. 41, pp. 1437-1446, 2015.
- [28] Rajanarayan Prusty, B., Jena, D., "A Critical Review on Probabilistic Load Flow Studies in Uncertainty Constrained Power Systems with Photovoltaic Generation and A New Approach", Renewable and Sustainable Energy Review, Vol. 69, pp. 1286-1302, 2016.
- [29] Aien, M., Hajebrahimi, A., Fotuhi Firuzabad, M., "A Comprehensive Review on Uncertainty Modeling Techniques in Power System Studies", Renewable and Sustainable Energy Reviews, Vol. 57, pp. 1077-1089, 2016.
- [30] Miller, A. C., Rice, T. R., "Discrete Approximations of Probability Distributions", Management Science, Vol. 29, No. 3, pp. 352-362, 1983.
- [31] Tian, S., Wang, H., Xie, X., "Probabilistic Load Flow Analysis Considering the Correlation for Microgrid with Wind Photovoltaic System", 5<sup>th</sup> International Conference on Electric Utility Deregulation and Restructuring and Power Technologies, November, China, 2015.
- [32] Li, H., Zhang, A., "Three – Phase Power Flow Solution for Weakly Meshed Distribution System Including PV Type, Distribution Generation", Asia-Pacific Power and Energy Engineering Conference, pp. 1-7, 2009.
- [33] Nikmehr, N., Ravadanegh, N. S., "Heuristic Probabilistic Power Flow Algorithm for Microgrids Operation and Planning", IET Generation, Transmission & Distribution, Vol. 9, No. 11, pp. 985-995, 2015.
- [34] Jozs, C., Fliscounakis, S., Maeght, J., Panciatici, P., "AC Power Flow Data in MATPOWER and QCQP Format: iTesla, RTE Snapshots, and PEGASE", <http://arxiv.org/abs/1603.01533>.
- [35] Fliscounakis, S., Panciatici, P., Capitanescu, F., Wehenkel, L., "Contingency Ranking with Respect to Overloads in Very Large Power Systems Taking into Account Uncertainty, Preventive and Corrective Actions", IEEE Transaction on Power Systems, Vol. 28, No. 4, pp. 4909-4917, 2013.
- [36] Allan, R. N., Al-Shakarchi, M. R. G., "Probabilistic Techniques in A.C. Load Flow Analysis", Proceedings of the Institution of Electrical Engineers, Vol. 124, No. 2, pp. 154-160, 1977.
- [37] Madrigal, M., Ponnambalam, K., "Probabilistic Optimal Power Flow", IEEE Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering, Vol. 1, pp. 385-388, 1998.
- [38] Harr, M. E., "Probabilistic Estimates for Multivariate Analysis", Applied Mathematical Modeling, Vol. 13, No. 5, pp. 313-318, 1989.

[39] Hong, H. P., "An Efficient Point Estimate Method for Probabilistic Analysis", Reliability Engineering

and System Safety, Vol. 59, No. 3, pp. 261-267, 1998.