

## بررسی اثر تخلخل در احتراق پیش مخلوط جریان متقابل ذرات ارگانیک

مهدی بیدآبادی<sup>۱</sup>، یسنا پورمحمد<sup>۲\*</sup>، علی اسماعیل نژاد<sup>۳</sup>

<sup>۱</sup> استاد آزمایشگاه سوخت و احتراق، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران

bidabadi@iust.ac.ir

<sup>۲</sup> دانشجوی کارشناسی ارشد آزمایشگاه سوخت و احتراق، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران

yasnapourmohammad@mecheng.iust.ac.ir

<sup>۳</sup> دانشجوی دکتری آزمایشگاه سوخت و احتراق، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران

aliesmaeilnejad@iust.ac.ir

دریافت مقاله: ۹۱/۹/۱۰ اصلاح مقاله: ۹۲/۲/۲۸

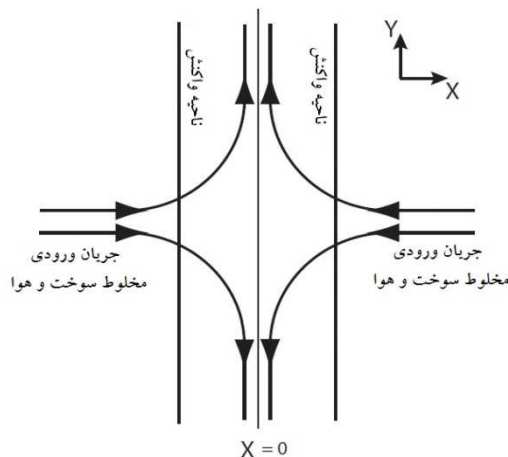
پذیرش مقاله: ۹۲/۷/۳۰

چکیده: با توجه به نیاز روزافزون برای تحلیل واقعی تر شعله، در بررسی تحلیلی انتشار شعله، ذرات ارگانیک متخلخل در یک جریان متقابل پیش مخلوط همگن دوجزئی، متشکل از ذرات سوخت و هوا، مطالعه شده است. به دلیل فرض تک اندازهبودن ذرات متخلخل، از ذرات گیاه لایکوپدیوم در این بررسی استفاده شده است. این مطالعه در چارچوب یک مدل نفوذی حرارتی با فرض عدد لوئیس واحد و نرخ کرنش ثابت است. پروفیل سرعت متغیر و تابعی از  $X$  (فاصله از مرکز تقارن) فرض شده است. ساختار شعله نیز سه ناحیه ای در نظر گرفته شده است: ناحیه پیش گرم-تبخیر، ناحیه نازک حدی واکنش و ناحیه پس از واکنش. عدد زلدویچ بزرگ انتخاب شده و از اتلاف حرارتی صرف نظر شده است. این مقاله به صورت تحلیلی، تغییرات دما و مکان شعله را برای ضرایب تخلخل گوناگون ارائه می دهد. نتایج به دست آمده نشان می دهد که با افزایش تخلخل، مقدار ماده در دسترس برای تبدیل شدن به گاز، کاهش می یابد. این کاهش باعث کاهش سرعت سوزش می شود؛ در نتیجه، مکان شعله به سمت سرعت های پایین تر حرکت می کند و دمای آن کاهش می یابد؛ همچنین میزان سوخت جامد باقی مانده و تبخیر نشده در محل شعله افزایش می یابد. این نتایج با فیزیک حاکم بر مسائل احتراقی و نتایج تجربی سازگار است.

واژه های کلیدی: احتراق، ذرات متخلخل، جریان متقابل، شعله، نرخ کرنش.

در شکل (۱) مشاهده می‌شود، پیکربندی در نظر گرفته شده برای بررسی، شامل جفت شعله مسطح است. معمولاً در جریان متقابل گازها و در حالت آرام، سرعت جریان به صورت  $v = (ax, -ay)$  فرض می‌شود [۱۰].  $a$  نرخ کرنش دارای بعد است؛ اما برای احتراق ذرات با توجه به تغییر متغیر موجود در معادله (۶) نیاز به معادله‌ای جامع‌تر است که در ادامه به آن اشاره می‌شود. تخلخل یکی از خصوصیات ماده است که با  $\varepsilon$  نمایش داده می‌شود و نسبت فضای حفره‌ای یک ماده به فضای کلی آن است.

در علم احتراق، خواص فیزیکی و شیمیایی لایکوپدیوم همواره مورد توجه دانشمندان بوده است. یکی از مهم‌ترین خواص ذرات لایکوپدیوم که در واقع وجه تمایز آن با سایر سوخت‌های جامد است، خاصیت تک‌اندازه‌بودن آن است. با توجه به اینکه در اکثر مدل‌سازی‌ها برای ساده‌سازی مدل، فرض تک‌اندازه‌بودن ذرات لحاظ می‌گردد و به این دلیل که بازه تغییرات قطر ذرات لایکوپدیوم بسیار کوچک است، مدل احتراقی مربوط به ذرات لایکوپدیوم در این مورد، دور از واقعیت نبوده و نتایج نزدیک‌تری به داده‌های تجربی را به همراه خواهد داشت. در این مقاله، مدل احتراق جریان متقابل برای ذرات متخلخل گیاه لایکوپدیوم به کار برده شده است.



شکل (۱): صورت نمادین ساختار احتراق در جریان متقابل

ساختار شعله‌های پیش مخلوط در سیستم‌های احتراقی بسیار اهمیت دارد. در این تحلیل، سوخت به شکل ذرات سوخت فرار توزیع شده به صورت یکنواخت در یک مخلوط با گاز اکسیدکننده فرض شده است. مفروض است که ذرات سوخت در ابتدا تبخیر می‌شوند تا سوخت گازی با ساختار شیمیایی مشخص را تولید کنند. آن‌ها متعاقباً در فاز گازی اکسید می‌شوند. تحلیل در ناحیه واکنش با استفاده از روش تقریبی<sup>۲</sup> است و مقدار عدد زدلوویچ<sup>۳</sup> بر پایه اکسایش فاز گازی زیاد می‌باشد [۱۴]. فرض شده که ساختار شعله شامل یک ناحیه پیش‌گرمایش تبخیری که در آن نرخ واکنش

## ۱. مقدمه

در دهه‌های اخیر، پیکربندی جریان متقابل با وسعت زیاد به صورت مطالعات تئوری، تجربی و آزمایشگاهی توسعه داده شده است که به شکل تحقیق بر روی آثار عوامل مختلف فیزیکی مانند بررسی اثر کشش، پخش، تشعشع و سینتیک شیمیایی بر روی شعله واقعی است. اکسیداسیون ذرات ارگانیک به واکنش‌های همگن و ناهمگن که بر اثر انتقال اجزا در داخل ذره و اطراف آن رخ می‌دهد، وابسته است. در احتراق ذرات ارگانیک متخلخل، واکنش‌های شیمیایی و انتقال در داخل حفره‌ها کار را دشوار می‌کند. فرایندهای اکسیداسیون ذرات ارگانیک در بسیاری از گزارش‌ها بسیار پیچیده بیان شده است که از آن جمله می‌توان به روش‌های تحلیلی با فرضیات زیاد [۱ و ۲] و تعداد اندکی تحقیق درباره تأثیرات تخلخل [۳-۵] اشاره کرد. اکثر این تحقیقات بر روی نرخ سینتیک کلی یک واکنش همگن بحث کرده‌اند که عمومیت ندارد. این کار با در نظر گرفتن واکنش‌های داخلی و خارجی (بر روی سطح خارجی) صورت گرفته است.

مسئله‌ای که بسیار اهمیت دارد، محاسبه محدوده اشتعال‌پذیری و بررسی دوبعدی لبه شعله‌های پیش مخلوط در پیکربندی جریان متقابل [۶-۱۰] است. در این پژوهش، محاسبات موجود و گوناگون حل یک‌بعدی اساس کار قرار گرفته و فرض شده است که شرایط مرزی برای حل دوبعدی در فاصله دور دست از جریان بالادست و پایین دست قرار دارد [۱۰]. بلوکوین در سال ۱۹۹۶ [۱۱] انتشار شعله پیش مخلوط ناهمگن دو فازی ذرات متخلخل، هوا و ذرات جامد خنثی را بررسی کرد. احتراق ابرذرات یکی از پدیده‌هایی است که علی‌رغم قدمت آن، هنوز بسیاری از جنبه‌های ناشناخته و مبهم است؛ زیرا در احتراق ابرذرات، تمام جنبه‌های علوم احتراقی که تاکنون بشر درباره آن‌ها مطالعه کرده است، درگیر هستند [۱۲]؛ برای مثال، انتقال حرارت، انتقال جرم، جریان دوفازی، سینتیک تبخیر و همچنین آشفستگی [۱۳]. علاوه بر این‌ها برخی رفتارهای پیش‌بینی‌ناپذیر ابرذرات مانند احتراق در محیط باز، طبقه‌بندی این شاخه از علم را مشکل ساخته است؛ از این رو، تحقیق بر روی مسائل مختلف احتراقی، سبب نزدیک شدن به شعله‌ای واقعی‌تر خواهد شد. پژوهش حاضر مقدمه‌ای برای حرکت به سمت شعله‌ای حقیقی در احتراق ذرات، به خصوص برای یافتن اثر پخش و نرخ کرنش در احتراق جریان متقابل ذرات متخلخل ارگانیک خواهد بود.

## ۲. معرفی مدل

در این پژوهش، احتراق ذرات ارگانیک (گیاه لایکوپدیوم)<sup>۱</sup> در جریان متقابل که در شکل (۱) نشان داده شده، بررسی می‌شود. همان‌گونه که

2. Asymptotic  
3. Zeldovich

1. Lycopodium

با استفاده از تعریف نرخ کرنش [۱۶]:

$$2a = -\frac{1}{\rho} \frac{d(\rho v)}{dx} \quad (۶)$$

و با توجه به آنکه متغیر غیروابسته  $x$  نسبت به مختصات فضایی  $x'$  به صورت زیر تعریف می شود:

$$x = \int_0^x \frac{\rho}{\rho_u} dx' \quad (۷)$$

و با فرض یک بعدی بودن جریان و همچنین ثابت در نظر گرفتن نرخ کرنش و با استفاده از معادلات (۵) و (۶) و با ترکیب آن دو، مدل زیر برای سرعت جریان متقابل ذرات ارائه می شود:

$$-2\rho_u ax = \rho v \quad (۸)$$

با توجه به آنکه هدایت گرمایی مخلوط، متناسب با دما و ضریب پخش متناسب با مجذور دما است و میدان سرعت نیز تابعی از مکان است، معادلات بقای انرژی و سوخت گازی را می توان به دست آورد:

$$-2\rho_u ax C \frac{dT}{dx} = \lambda_u \frac{d^2 T}{dx^2} + w_F \frac{\rho_u}{\rho} Q - w_v \frac{\rho_u}{\rho} Q_v \quad (۹)$$

$$-2\rho_u ax \frac{dY_F}{dx} = \rho_u D_u \frac{d^2 Y_F}{dx^2} - w_F \frac{\rho_u}{\rho} + w_v \frac{\rho_u}{\rho} \quad (۱۰)$$

در معادلات فوق، عبارات اول و دوم موجود در سمت چپ به ترتیب نشان دهنده نقش جابه جایی و پخش در انتقال گرما و جرم و سایر عبارات نیز نشان دهنده میزان تولید حرارت و جرم در اثر احتراق و تبخیر هستند. معادله حالت (برای گاز ایده آل) با فرض ثابت بودن فشار در طول جریان، به صورت زیر تعریف می شود:

$$\rho T = const \quad (۱۱)$$

ناحیه نازک واکنش در  $x = x^*$  فرض شده است. در معادلات فوق،  $\rho$  نشان دهنده چگالی،  $v$  نشان دهنده سرعت جریان،  $Y_F$  نشان دهنده کسر جرمی سوخت و  $w_F$  نشان دهنده نرخ واکنش است که واحد آن جرم سوخت گازی در حجم واحد و واحد زمان است.

$$C = C_p + \frac{4\pi r^3 C_s \rho_s n_s}{3\rho(1 - \varepsilon)} \quad (۱۲)$$

معادله بقای کسر جرمی ذرات،  $Y_s$ ، با صرف نظر از اثر پخش استخراج می شود:

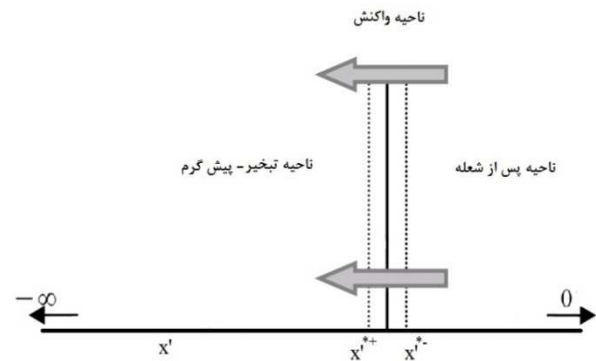
$$-2\rho_u ax \frac{dY_s}{dx} = -w_v \frac{\rho_u}{\rho} \quad (۱۳)$$

شرایط مرزی معادلات (۸)، (۹) و (۱۲) به صورت زیر است:

$$\begin{cases} x = -\infty \rightarrow Y_F = 0, T = T_u, Y_s = Y_{Fu} \\ x = 0 \rightarrow Y_F = finite, T = T_b \end{cases} \quad (۱۴)$$

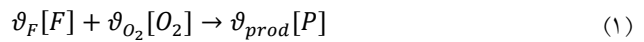
که در آن،  $T_b$  دمای آدیاباتیک نهایی شعله و  $Y_{Fu}$  نشان دهنده کسر جرمی سوخت در دسترس درون ذره است. به دلیل آنکه نرخ تبخیر با افزایش  $T$  افزایش می یابد، می توان انتظار این پدیده را نزدیک ناحیه

شیمیایی فاز گازی کوچک است، یک ناحیه واکنش که در آن جابه جایی و نرخ تبخیر ذرات سوخت اندک است و همچنین یک ناحیه جابه جایی است که در آن، عبارت پخش در معادلات بقا کوچک می باشد. نحوه این تقسیم بندی در شکل (۲) نشان داده شده است.



شکل (۲): نحوه تقسیم بندی نواحی و جهت انتقال گرما

مدل مورد بررسی در حالت پایا و یک بعدی و به صورت شعله تخت انتشار یافته در مخلوط یکنواخت ذرات سوخت فرار درون هوا می باشد. مقدار اولیه چگالی ذرات،  $n_u$  (تعداد ذرات در واحد حجم) و شعاع اولیه،  $r_{1u}$  معلوم فرض شده اند. از همه نیروهای خارجی، مانند آثار گرانش و غیره، چشم پوشی شده است. از پخش در اثر گرادیان فشار صرف نظر شده، اثر سورت و دوفور<sup>۱</sup> نادیده گرفته شده و همچنین از اثر تشعشع نیز صرف نظر شده است. فرایند واکنش به صورت یک واکنش کلی تک مرحله ای در نظر گرفته شده است:



علامت های  $F$ ،  $O_2$  و  $P$  به ترتیب نشان دهنده سوخت، اکسیژن و فرآورده ها و کمیت های  $\vartheta_F$ ،  $\vartheta_{O_2}$  و  $\vartheta_{prod}$  ضرایب استوکیومتری نسبی آنها هستند [۱۵].

### ۳. معادلات حاکم

با توجه به تعاریف تخلخل، ضریب تخلخل به صورت زیر تعریف می شود [۱۲]:

$$\varepsilon = \frac{\text{حجم فضای خالی}}{\text{حجم کل محیط متخلخل}} \quad (۲)$$

$$\varepsilon = \frac{V_{Void}}{V_{total}} \quad (۳)$$

و همچنین با تعریف تخلخل ظاهری خواهیم داشت:

$$e = \frac{V_{Void}}{V} \quad (۴)$$

در نتیجه، می توان تخلخل را در حالت کلی به صورت زیر تعریف کرد:

$$\varepsilon = \frac{V_{Void}}{V + V_{Void}} = \frac{e}{1 + e} \quad (۵)$$

$$z \rightarrow 0 \quad \begin{cases} \theta = \theta_b = \frac{T_b - T_u}{T_f - T_u} \\ y_f = \text{finite} \end{cases} \quad (28)$$

$$z \rightarrow -\infty \quad \begin{cases} \theta = 0 \\ y_f = 0 \\ y_s = \alpha = \frac{Y_{Fu}}{Y_{Fc}} \end{cases}$$

### ۵. حل معادلات بی بعد

در این تحلیل، کمیت  $q$  که نشان دهنده نرخ گرمای لازم برای تبخیر ذرات سوخت است، به نسبت گرمای آزاد شده در شعله، بسیار کوچک فرض شده است ( $q \approx 0$ ). اگر  $\theta^0$  نشان دهنده دمای بی بعد برای  $q = 0$  باشد، پس می توان معادلات بقا را به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\begin{aligned} -2z \frac{d\theta^0}{dz} &= \frac{d^2\theta^0}{dz^2} + \omega \frac{\rho_u}{\rho} \\ -2z \frac{dy_f}{dz} &= \frac{d^2y_f}{dz^2} - \omega \frac{\rho_u}{\rho} + \gamma \theta^{0n} y_s^{2/3} \end{aligned} \quad (29)$$

$2z \frac{dy_s}{dz} = -\gamma y_s^{2/3} \theta^{0n}$   
حل تقریبی معادلات (۲۸)، نشان خواهد داد که وقتی عدد زدوپیچ به سمت بی نهایت میل کند ( $Ze \rightarrow \infty$ )، آنگاه  $\gamma$  از مرتبه  $\gamma = O(1)$  خواهد بود.

### ۱.۵. ناحیه پیش گرمایش تبخیر

وقتی عدد زدوپیچ به سمت بی نهایت میل کند ( $Ze \rightarrow \infty$ )، از واکنش شیمیایی بین سوخت گازی و اکسیدکننده در این ناحیه ( $Z < Z^*$ )، چشم پوشی می شود ( $\omega = 0$ ). محل تشکیل شعله است؛ بنابراین، معادله اول در معادلات (۲۸) در ناحیه پیش گرمایش به صورت زیر است:

$$-2z \frac{d\theta^0}{dz} = \frac{d^2\theta^0}{dz^2} \quad (30)$$

با توجه به اینکه  $T_f$  دمای شعله در ناحیه واکنش است، شرایط مرزی به صورت زیر بازنویسی می شود:

$$\begin{cases} \theta^0 = 1 & \text{at } z = z^* \\ \theta^0 = 0 & \text{at } z \rightarrow -\infty \end{cases} \quad (31)$$

با حل معادله (۲۹) و اعمال شرایط مرزی (۳۰)، معادله توزیع دما در ناحیه پیش گرمایش به دست خواهد آمد:

$$\theta^0 = \frac{\text{erf}(z) + 1}{\text{erf}(z^*) + 1} \quad (32)$$

معادله (۳۱) در سومین معادله از معادلات (۲۸) قرار داده می شود؛ در نتیجه:

$$\int y_s^{-2/3} dy_s = \frac{\gamma}{2(\text{erf}(z^*) + 1)^n} \int \frac{(\text{erf}(z) + 1)^n}{z} dz \quad (33)$$

واکنش داشت؛ بنابراین، برای  $T_f - T_u/T_u \gg 1$  نرخ تبخیر را می توان متناسب با  $(T - T_u)^n$  در نظر گرفت [۱۷]:

$$w_v = An_s 4\pi r^2 (T - T_u)^n f(\varepsilon) \quad (15)$$

انرژی واکنش و تابع تخلخل نیز به صورت زیر در نظر گرفته می شود:

$$Q = \frac{C(T_f - T_u)}{Y_{Fc}} \quad (16)$$

$$f(\varepsilon) = 1 - \varepsilon \quad (17)$$

### ۴. بی بعدسازی معادلات حاکم

برای بی بعدسازی معادلات حاکم از کمیت های بی بعد دما، مکان و کسر جرمی که در رابطه (۱۷) تعریف شده اند و سایر کمیت های بی بعد استفاده می شود:

$$\theta = \frac{T - T_u}{T_f - T_u}, \quad z = \sqrt{\frac{\rho_u a C}{\lambda_u}} x, \quad y_f = \frac{Y_f}{Y_{Fc}}, \quad y_s = \frac{Y_s}{Y_{Fc}} \quad (18)$$

$$\omega = \frac{w_f}{\rho_u a Y_{Fc}} \quad (19)$$

$$\gamma = \frac{4.836 A n_u^{1/3} (T_f - T_u)^n}{\rho_u^{1/3} a Y_{Fc}^{1/3} \rho_s^{2/3}} f(\varepsilon) \quad (20)$$

$$q = \frac{Q_v}{Q} \quad (21)$$

$$y_s = \frac{4\pi r^3 n_s \rho_s}{3\rho Y_{Fc}} \quad (22)$$

$$Le = \frac{\lambda}{\rho C D} \quad (23)$$

در معادلات فوق،  $\omega$ ، نرخ واکنش بی بعد،  $\gamma$ ، نرخ تبخیر بی بعد،  $q$ ، نسبت گرمای لازم برای تبخیر سوخت به گرمای واکنش و  $Le$  عدد لوئیس است. شایان ذکر است که رابطه (۲۱) تعریفی برای تعیین مقدار  $Y_s$  براساس خواص ذرات است. با جایگذاری عبارت دمای بی بعد در معادله (۱۴)، رابطه (۲۳) به دست می آید:

$$w_v = An_s 4\pi r^2 \theta^n (T_f - T_u)^n f(\varepsilon) \quad (24)$$

با بی بعدسازی معادلات حاکم و فرض  $Le = 1$ ، معادلات زیر حاصل می شوند:

$$-2z \frac{d\theta}{dz} = \frac{d^2\theta}{dz^2} + \omega \frac{\rho_u}{\rho} - y_s^{2/3} \gamma \theta^n q \quad (25)$$

$$-2z \frac{dy_f}{dz} = \frac{d^2y_f}{dz^2} - \omega \frac{\rho_u}{\rho} + \gamma \theta^n y_s^{2/3} \quad (26)$$

$$2z \frac{dy_s}{dz} = \gamma y_s^{2/3} \theta^n \quad (27)$$

شرایط مرزی بی بعد برای معادلات فوق در معادله (۲۷) آورده شده است:

محدودیت‌های ابتدایی، سوخت در ناحیه واکنش، محدودکننده واکنش خواهد بود و اکسیژن کافی در دسترس است، نرخ واکنش  $w_F$  ظاهر شده در معادلات (۸) و (۹) را می‌توان به صورت زیر نوشت [۱۵]:

$$w_F = v_F W_F k C_F \quad (42)$$

که در آن،  $w_F$  و  $C_F$  به ترتیب غلظت مولی و وزن ملکولی سوخت هستند. با تعریف کمیت زیر:

$$z - z^* = \epsilon \eta \quad (43)$$

$$y_F = \epsilon(b + y) \quad (44)$$

$$\theta^0 = 1 - \epsilon t \quad (45)$$

$$b = \frac{y_F}{\epsilon}, \quad \epsilon = \frac{1}{Ze} \quad (46)$$

حل ناحیه احتراق به کمک روش انبساط امکان‌پذیر خواهد بود و در عبارت‌های فوق،  $\epsilon$  پارامتر انبساطی است که بسیار کوچک فرض شده است. کمیت  $b$  و  $t$  که برای تغییر متغیر از آن‌ها استفاده شده است، از مرتبه واحد فرض شده‌اند.  $Ze$  همان عدد زلدویچ است که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$Ze = \frac{E(T_f - T_u)}{RT_f^2} \quad (47)$$

با در نظر گرفتن رابطه آرنیوس برای نرخ واکنش:

$$k = B e^{\frac{-E}{RT}} \quad (48)$$

و با توجه به اینکه کمیت  $\Lambda$  به صورت زیر و از مرتبه یک فرض شده است:

$$\Lambda = \frac{v_F B \epsilon^2}{a} e^{\frac{-E}{RT_f}} \quad (49)$$

و نیز چون در ناحیه واکنش دما بسیار نزدیک به دمای  $T_f$  است:

$$\frac{T_f - T}{T_f} \ll 1.0 \quad (50)$$

با قراردادن بسط‌های (۴۲) تا (۴۴) در معادله اول از معادلات (۲۸) و استفاده از معادلات (۱۷) تا (۱۹) و (۴۱) در حد  $\epsilon \rightarrow 0$  و با توجه به معادلات (۴۸) و (۱۸)، معادلات حاکم بر این ناحیه استخراج می‌شود:

$$\frac{d^2 t}{d\eta^2} = \Lambda(b + y)e^{-t} \quad (51)$$

$$\frac{d^2(t - y)}{d\eta^2} = 0 \quad (52)$$

با توجه به شرایط مرزی (۵۲) و معادله (۵۱)، رابطه (۵۳) به دست می‌آید.

$$\eta \rightarrow \infty \quad \begin{cases} \frac{dy}{d\eta} = 0, & y = 0 \\ \frac{dt}{d\eta} = 0, & t = 0 \end{cases} \quad (53)$$

$$t = y \quad (54)$$

حاصل می‌شود که با فرض توان  $n = 1.33$  [۱۴]، عبارت درون انتگرال بر حسب  $Z$  را می‌توان با دقت بیش از ۹۵٪ با یک تابع نمایی بر پایه عدد نپر ( $e^x$ ) تخمین زد و سپس با توجه به شرایط مرزی زیر به حل آن پرداخت:

$$z \rightarrow -\infty \rightarrow y_s = \alpha = \frac{Y_{Fu}}{Y_{Fc}} \quad \text{و در نهایت خواهیم داشت:}$$

$$y_s = -\beta(1.8e^{5z} + 1.15e^{25.6z} - \alpha^{\frac{1}{3}})^3 \quad \text{at } z \leq z^* \quad (34)$$

$$\beta = \frac{\gamma}{6(\text{erf}(z^*) + 1)^{1.33}} \quad (35)$$

با قرار دادن معادلات (۳۱) و (۳۳) درون دومین معادله از معادلات (۲۸) می‌توان به حل آن پرداخت:

$$2z \frac{dy_F}{dz} = \frac{-\gamma}{2(\text{erf}(z^*) + 1)^n} [(\text{erf}(z) + 1)^{1.33}] \times \quad (36)$$

$$\left[ \beta^2(1.8e^{5z} + 1.15e^{25.6z}) - \alpha^{\frac{1}{3}} \right]^2$$

که شرایط مرزی آن در زیر آمده است:

$$\begin{cases} \frac{dy_F}{dz} = y_F & \text{at } z = -\infty \\ y_F = y_{Ff} & \text{at } z = z^* \end{cases} \quad (37)$$

## ۲.۵. ناحیه جابه‌جایی (پس از واکنش)

در ناحیه جابه‌جایی واقع در پایین دست ناحیه واکنش، عبارت پخش در معادلات بقا در مرتبه‌های پایین‌تر از عبارت جابه‌جایی، واکنش و تبخیر در معادلات (۲۸) فرض شده است. ساختار این ناحیه با مختصات قراردادی عبارت است از:

$$\zeta = \epsilon z \quad (38)$$

که در آن،  $\epsilon$  کمیتی کوچک است و بسط داده می‌شود. از معادلات (۲۸) و با اعمال معادله (۳۷)، با توجه به اینکه عبارت پخش از مرتبه‌های پایین است، برای ناحیه  $Z = Z^{*+}$  داریم:

$$\frac{d\theta^0}{d\zeta} = O(\epsilon^2) \quad (39)$$

$$\frac{d\theta^0}{dz} = O(\epsilon) \quad (40)$$

$$\frac{dy_F}{dz} = O(\epsilon) \quad (41)$$

شایان ذکر است که  $Z^{*+}$ ، فاصله بین ناحیه جابه‌جایی و واکنش است.

## ۳.۵. ناحیه واکنش

در ناحیه واکنش فرض می‌شود که عبارت‌های جابه‌جایی و تبخیر نسبت به عبارت‌های پخش و واکنش کوچک‌اند. به دلیل اینکه در تحلیل

می توان کمک گرفت و تغییرات  $z^*$ ،  $T_f$  و  $\epsilon$  را به صورت هم زمان تحلیل کرد. برای مقادیر داده شده  $n_u$  و  $r_u$  کمیت زیر محاسبه می شود:

$$Y_{Fu} = \frac{4\pi r_u^2 n_u \rho_s}{3\rho_u} \quad (۶۱)$$

اگر سینتیک تبخیر و سوخت گازی تولید شده توسط ذرات معلوم باشد، کمیت  $A$  نیز مقداری معین و توصیف شدنی خواهد داشت.

### ۷. بررسی نتایج

در این بررسی فرض شده که ذرات فرار سوخت در گاز اکسیدکننده به صورت یکنواخت توزیع شده است. برای اهداف نشان داده شده فرض بر این است که گازهای موجود در سوخت که از ذرات سوخت خارج می شوند، متان هستند؛ زیرا در ابتدا فرض شده بود که سرعت واکنش شیمیایی در ناحیه واکنش توسط غلظت سوخت گازی محدود می شود. پارامترهای کلی نرخ سینتیک شیمیایی،  $E = 23 \text{ kcal.mole}^{-1}$  و  $B = 3.5E6 \text{ mol}^{-1}.s^{-1}$  انتخاب شده اند و در معادله (۵۵)،  $b = 0$  فرض شده است. نرخ پارامترهای مشخصه سینتیک تبخیر ذرات سوخت:

از:  $\lambda_u = 3.5E - 4 \text{ cal.cm}^{-1}.s^{-1}.K^{-1}$

$T_u = \rho_s = 1.0 \text{ g.cm}^{-3}$   $\rho_u = 1.135E - 3 \text{ g.cm}^{-3}$   
 300 K استفاده شده است و سایر خواص نیز عبارتند از:

$$C = 0.34 \text{ cal.g}^{-1}.K^{-1} \quad n_u = 3900 \text{ m}^{-3} \quad r_u = 20\mu\text{m}$$

[۱۵و۱۴]

شکل (۳) که از حل معادلات (۵۴)، (۵۶) و (۵۷) به صورت هم زمان در بازه ۰/۰۱ تا منفی بی نهایت به دست آمده است، نحوه تأثیر میزان تخلخل ذرات بر مکان تشکیل شعله و دمای شعله را با فرض نبودن اتلاف های حرارتی نشان می دهد. در شکل های (۳) و (۴) نمودار برای سه ضریب تخلخل متفاوت ۰/۰، ۰/۲ و ۰/۴ موجود است. شایان ذکر است که تغییرات کسر جرمی بی بعد براساس تغییرات مکان بی بعد برای میزان تخلخل گوناگون، در شکل (۴) آمده است. شکل های (۵) و (۶) به ترتیب، نشان دهنده تغییرات مکان و دمای شعله با تغییرات میزان تخلخل ذرات سوخت هستند.

در شرایط مرزی بی نهایت منفی با توجه به معادله (۳۱) خواهیم داشت:

$$\left. \frac{dt}{d\eta} \right|_{\eta \rightarrow -\infty} = -\frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{e^{-z^{*2}}}{\text{erf}(z^*) + 1} = -M \quad (۵۵)$$

حال به سادگی با انتگرال گیری از معادله (۵۰) و اعمال شرایط مرزی جواب زیر حاصل خواهد شد:

$$\frac{M^2}{2} = \Lambda(b + 1) \quad (۵۶)$$

### ۶. تعیین مکان شعله

با قراردادن معادله (۵۵) در معادله (۴۸) محل شعله تعیین می شود:

$$M = \sqrt{\frac{2(1+b)v_f B \epsilon^2}{a}} e^{\frac{-E}{2RT_f}} \quad (۵۷)$$

به کمک معادله (۵۶) می توان مکان شعله  $Z^*$  را محاسبه کرد؛ البته اگر مقادیر  $b$  و  $T_f$  معلوم باشند. برای محاسبه این کمیت، تحلیل ساختار ناحیه جابه جایی ضروری است. برای مقادیر به اندازه کافی بزرگ  $T_f$  پذیرفتنی است که  $y_{Ff} = 0$  باشد و این خود، مستلزم  $b = 0$  است. مقدار  $T_f$  می تواند از قراردادن گرادیان  $y_F$  و  $\theta^0$  و تعیین شرایط جهش که در معادله (۵۷) آمده است [۱۶]، محاسبه گردد:

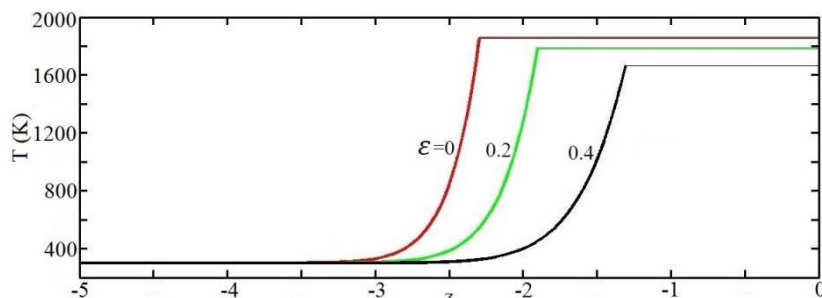
$$\left[ \frac{d\theta^0}{dz} \right]_{z^{*+}} + \left[ \frac{dy_F}{dz} \right]_{z^{*+}} = \left[ \frac{d\theta^0}{dz} \right]_{z^{*-}} + \left[ \frac{dy_F}{dz} \right]_{z^{*-}} \quad (۵۸)$$

با قراردادن معادله (۳۱) و حل (۳۵) درون معادله (۵۷) و با استفاده از  $y_{Ff} = 0$  و فرض اینکه گرادیان ها در  $z^{*+}$  از مرتبه  $\epsilon$  هستند؛ در نتیجه:

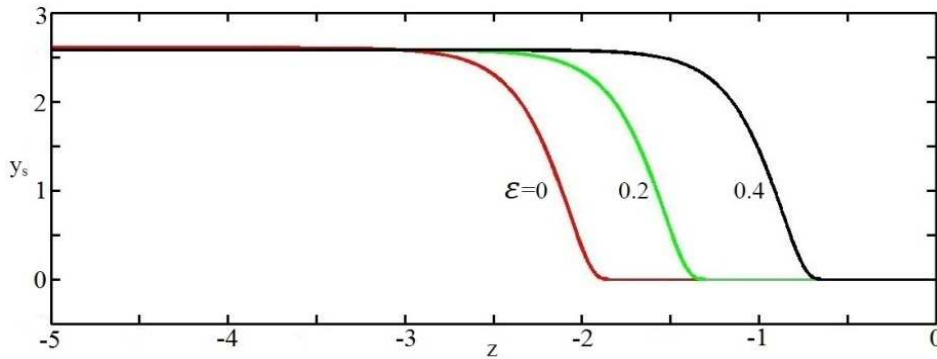
$$\left[ \frac{d\theta^0}{dz} \right]_{z^{*+}} \approx 0, \quad \left[ \frac{dy_F}{dz} \right]_{z^{*+}} \approx 0 \quad (۵۹)$$

$$\left[ \frac{d\theta^0}{dz} \right]_{z^{*-}} = M \quad (۶۰)$$

در معادله (۵۹)،  $M$  باید برابر با حل عددی حاصل از تبدیل معادله (۳۵) به معادله درجه یک و سپس حل آن باشد. از این معادله



شکل (۳): نمودار پروفیل دما در طول واکنش برحسب کمیت بی بعد مکان،  $z$ ، برای میزان تخلخل های گوناگون

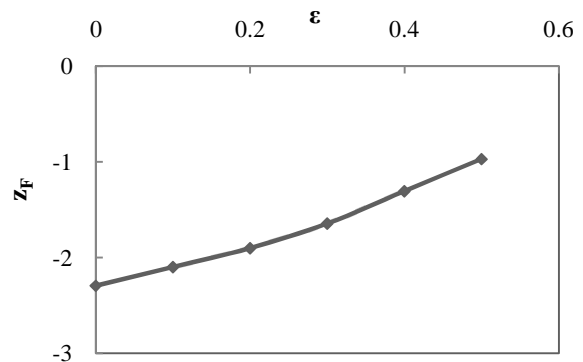


شکل (۴): نمودار پروفیل کسر جرمی بی‌بعد ذرات در طول واکنش برحسب کمیت بی‌بعد مکان،  $z$ ، برای میزان تخلخل‌های گوناگون

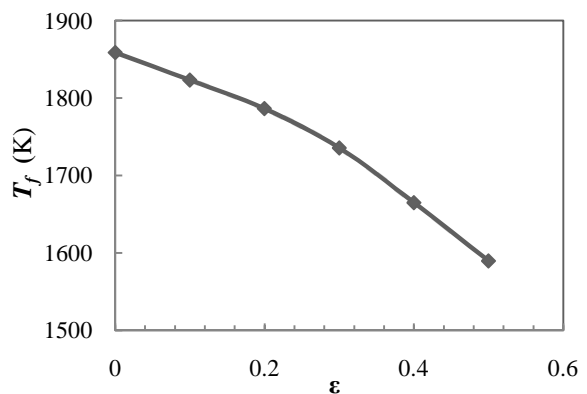
### ۸. نتیجه‌گیری

در این مقاله، تلاش شده تا اهمیت و تأثیر تخلخل را در احتراق ذرات ارگانیک (ذرات لایکوپدیوم) که یکی از منابع انرژی است و در سال‌های اخیر بسیار به آن توجه شده است، در حالت جریان متقابل به صورت کاملاً بدیع بررسی گردد. نتایج به دست آمده کاملاً منحصر به فرد است. انطباق صورت گرفته برای حل معادلات در ناحیه احتراق و استفاده از روش انبساط (Expansion Method) در این ناحیه نازک که روش جدیدی برای حل معادلات احتراقی جریان متقابل ذرات است، می‌تواند مبنایی برای توسعه روش‌های تحلیلی در احتراق جریان متقابل باشد. با توجه به کمبود تحقیق درباره احتراق جریان متقابل مخلوط ذرات متخلخل و هوا، به کمک مدل‌سازی صورت گرفته و با استفاده از نتایج حاصل می‌توان به شناخت دقیق‌تری در ارتباط با نحوه تأثیرگذاری اثر تخلخل بر دمای شعله و کسر جرمی ذرات رسید. این مسئله می‌تواند در طراحی مشعل‌های ذرات متخلخل مفید باشد.

این پژوهش نشان می‌دهد که با افزایش تخلخل، مقدار ماده در دسترس برای تبدیل شدن به گاز، کاهش می‌یابد و این کاهش باعث کاهش سرعت سوزش می‌شود؛ در نتیجه، مکان شعله به سمت سرعت‌های پایین‌تر میل می‌کند. همچنین با افزایش تخلخل در درون ذره، مقاومت حرارتی که خود، کاهش سرعت سوزش را در بردارد، افزایش می‌یابد. در حالت کلی، شعله به مبدأ نزدیک‌تر می‌شود و کاهش میزان تخلخل نیز سبب افزایش سرعت سوزش و تغییر مکان شعله به سمت سرعت‌های بالاتر می‌گردد. با افزایش تخلخل به دلیل افزایش میزان خلل و فرج و مشکل شدن فرایند خروج سوخت از ذرات، میزان کمتری گاز تولید می‌شود؛ در نتیجه، میزان کسر جرمی جامد در ناحیه تبخیرپیش‌گرمایش افزایش می‌یابد. شایان ذکر است که این مدل را می‌توان با بررسی میزان تلفات و یا بزرگ در نظر گرفتن انرژی تبخیر سوخت توسعه داد.



شکل (۵): نمودار تغییرات مکان بی‌بعد شعله برحسب تغییرات میزان تخلخل در  $a = 20 \text{ sec}^{-1}$



شکل (۶): نمودار میزان دمای شعله برحسب تغییرات میزان تخلخل ذرات در  $a = 20 \text{ sec}^{-1}$

با توجه به نمودارهای شکل‌های (۵) و (۶) مشاهده می‌شود که در اثر افزایش میزان تخلخل مکان شعله به مبدأ نزدیک‌تر شده و دمای آن کاهش می‌یابد. زیرا با افزایش میزان تخلخل ذرات، میزان حفره‌ها افزایش می‌یابد که سبب کاهش میزان ماده اولیه جامد برای تبدیل شدن به گاز می‌شود، در نتیجه کسر جرمی گاز تولیدی از ذرات و دمای شعله کاهش می‌یابد.



E	انرژی مشخصه فعال سازی واکنش در فاز گازی
z	متغیر مستقل معادل، معادله (۱۷)
$w_v$	نرخ تبخیر ذرات سوخت، معادله (۱۴)
$w_F$	نرخ واکنش سوخت گازی مفروض، معادله (۴۱)
<b>علائم یونانی</b>	
$\varepsilon$	ضریب تخلخل
$\mu$	لزجت، $pa.sec$
$\lambda$	هدایت گرمایی
$\theta$	دمای بی بعد، تعریف شده در معادله (۱۷)
$\omega$	سرعت واکنش بی بعد، تعریف شده در معادله (۱۸)
$\gamma$	تعریف شده در معادله (۱۹)
<b>زیرنویس</b>	
f	خاصیت وابسته به شعله
F	خواص مربوط به سوخت
<b>بالانویس</b>	
*	خواص مربوط به مکان شعله

### فهرست علائم

$x'$	مختصات اصلی در راستای جریان، $m$
$x$	فاصله، $m$
$V_{void}$	حجم فضای خالی ذره، $m^3$
$V_{total}$	حجم کل ذره، $m^3$
$v$	سرعت، $m.s^{-1}$
$d = 2r$	قطر، $m$
$k$	نرخ ثابت واکنش در فاز گازی
T	دما، K
C	ظرفیت حرارتی مخلوط، $cal.g^{-1}.K^{-1}$
$\rho$	چگالی، $g.cm^{-3}$
n	تعداد ذرات بر واحد حجم، $cm^{-3}$
D	ضریب پخش جرمی
a	نرخ کرنش، $s^{-1}$
A	پارامتر مشخصه نرخ تبخیر ذرات سوخت، معادله (۱۴)
Q	حرارت آزاد شده بر واحد جرم سوخت گازی مفروض
W	وزن ملکولی
Ze	عدد زدویچ، معادله (۴۶)

### مراجع

- [1] Fendell, F.E., "Burning of spheres gasified by chemical attack", Combust. Sci. Tech. 1, pp. 13-24, 1969.
- [2] Ubhayakar, S.K., "Burning characteristics of a spherical particle reacting with ambient oxidizing gas at its surface", Combust. Flame 26, pp. 23, 1976.
- [3] Kurylko, L., Essenhigh, R.M., "Steady and Unsteady Combustion of Carbon", Proc. Combust. Inst. 14, pp. 1375-1386, 1973.
- [4] Peters, N., "Theory of heterogeneous combustion instabilities of spherical particles", Proc. Combust. Inst. 15, pp. 363, 1975.
- [5] Molina, A., Sarofim, A.F., Ren, W., Lu, J.F., Yue, G.X., Be'er, J.M., Haynes, B.S., "Effect of boundary layer reactions on the conversion of char-N to NO, N2O, and HCN at fluidized-bed combustion conditions", Combust. Sci. Tech. 174, pp. 43-71, 2002.
- [6] Liu, J.B., Ronney, P.D., "Premixed edge-flames in spatially varying straining flows", Combust. Sci. Technol. 144, pp. 21-46, 1999.
- [7] Daou, J., Matalon, M., and A. Li'n'an, "Premixed edge flames under transverse enthalpy gradients", Combust. Flame 121, pp. 107-121, 2000.
- [8] Daou, J., Li'n'an, A., "Ignition and extinction fronts in counterflowing premixed reactive gases", Combust. Flame 118, pp. 479-488, 1999.
- [9] Daou, R., Daou, J., Dold, J., "Effect of heat-loss on flame-edge's in a premixed counterflow", combust. Theory Model. 7, pp. 221-242, 2003.
- [10] Daou, J., "Strained premixed flames: Effect of heat-loss, preferential diffusion and reversibility of the reaction", Combust. Theory & Modelling 15, pp. 437-454, 2011.
- [11] Blouquin, R., Joulin, G., "Propagation Limits of Dsut/Air Flames Diluted by Additions of Inert Solid Particles", 25 Twenty-Sixth Symposium (International) on Combustion /The Combustion Institute, pp. 1565-1570, 1996.
- [12] Gordon, P. V., Weiss G. S., "Convective combustion in porous media: singular limit of high activation energy", Nonlinearity 26, pp. 53-63, 2013.
- [13] Lemos, M. J. S., "Numerical simulation of turbulent combustion in porous materials", International Communications in Heat and Mass Transfer 36, pp. 996-1001, 2009.
- [14] Seshadri, K., Berlad, A.L., Vtangirala, "The Structure of Premixed Particle-Cloud Flames", Combustion and Flame 89, pp. 333-342, 1992.
- [15] Rockwell, S.R., Rangwala, S.A., "Modeling of dust air flames", Fire Safety Journal 59, pp. 22-29, 2013.
- [16] El-Mahallaway, F., El-Din Habik, S., "Fundamentals and Technology of Combustion", Elsevier, First edition, ISBN: 0-08-044106-8, 2002.
- [17] Bidabadi, M.; Rahbari, A., "Modeling Combustion of Lycopodium Particles by Considering the Temperature Difference between the Gas and the Particles", Combustion, Explosion and Shock Waves, Vol. 45, No. 3, pp. 278-285, 2009.